

General Data Sheet

Speed of light in vacuum	c	=	$299\,792\,458\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Vacuum permeability (magnetic constant)	μ_0	=	$4\pi \times 10^{-7}\text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$
Vacuum permittivity (electrical constant)	ε_0	=	$8.854\,187\,817 \times 10^{-12}\text{ A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$
Elementary charge	e	=	$1.602\,176\,620\,8(98) \times 10^{-19}\text{ A} \cdot \text{s}$
Mass of the electron	m_e	=	$9.109\,383\,56(11) \times 10^{-31}\text{ kg}$ $= 0.510\,998\,946\,1(31) \frac{\text{MeV}}{c^2}$
Mass of the proton	m_p	=	$1.672\,621\,898(21) \times 10^{-27}\text{ kg}$ $= 938.272\,081\,3(58) \frac{\text{MeV}}{c^2}$
Mass of the neutron	m_n	=	$1.674\,927\,471(21) \times 10^{-27}\text{ kg}$ $= 939.565\,413\,3(58) \frac{\text{MeV}}{c^2}$
Unified atomic mass unit	u	=	$1.660\,539\,040(20) \times 10^{-27}\text{ kg}$
Rydberg constant	R_∞	=	$10\,973\,731.568\,508(65)\text{ m}^{-1}$
Universal constant of gravitation	G	=	$6.674\,08(31) \times 10^{-11}\text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Acceleration due to gravity (in Zurich)	g	=	$9.81\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Planck's constant	h	=	$6.626\,070\,040(81) \times 10^{-34}\text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Avogadro number	N_A	=	$6.022\,140\,857(74) \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$
Molar gas constant	R	=	$8.314\,4598(48)\text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Molar mass constant	M_u	=	$1 \times 10^{-3}\text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$
Boltzmann constant	k_B	=	$1.380\,648\,52(79) \times 10^{-23}\text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
Stefan-Boltzmann constant	σ	=	$5.670\,367(13) \times 10^{-8}\text{ kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-4}$

Kaks mehaanikaülesannet (10 punkti)

Palun lugege enne selle ülesande kallale asumist eraldi ümbrikus asuvat üldjuhendit (*general instructions*).

Osa A. Peidetud ketas (3.5 punkti)

Vaatleme puitsilindrit raadiusega r_1 ja paksusega h_1 . Kusagil silindri sees on metallketas raadiusega r_2 ja paksusega h_2 . Metallketas paikneb nii, et selle sümmeetriatelg B on paralleelne puitsilindri sümmeetriateljega S . Metallketas asetseb võrdsele kaugusele nii puitsilindri ülemisest kui alumisest tahust. Tähistagu d telgede S ja B vahekaugust. Puidu tihedus on ρ_1 ja metalli tihedus on $\rho_2 > \rho_1$. Puitsilindri ja metallketta kogumass on M .

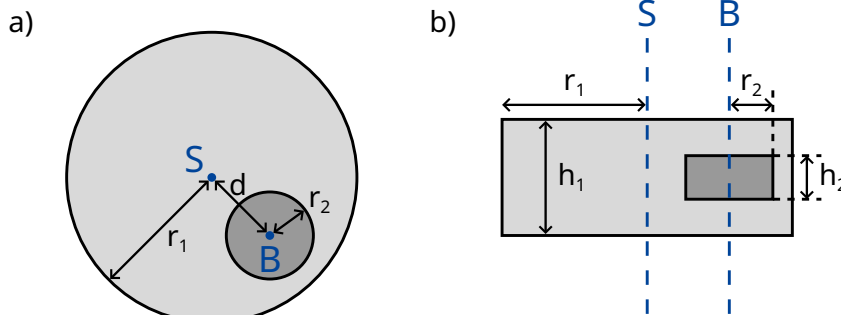
Selles ülesandes paigutame puitsilindri tasapinnale nii, et see saab vabalt veereda vasakule-paremale. Joonisel 1 on esitatud silindri ja ketta eestvaade ja pealtvaade.

Selle ülesande osa eesmärgiks on määrata metallketta suurus ja asukoht.

Kui järgnevas küsimustes palutakse teil tulemus avaldada tuntud suuruste kaudu, võite alati eeldada, et järgnevad suurused on tuntud:

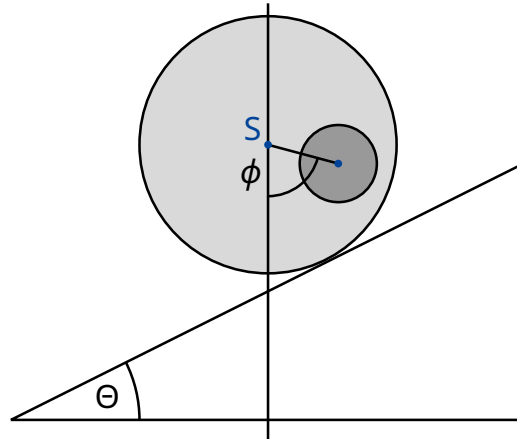
$$r_1, h_1, \rho_1, \rho_2, M. \quad (1)$$

Eesmärgiks on kaudsete mõõtmiste kaudu määrata suurused r_2, h_2 ja d .



Joonis 1: a) külgsuuna b) pealtvaade

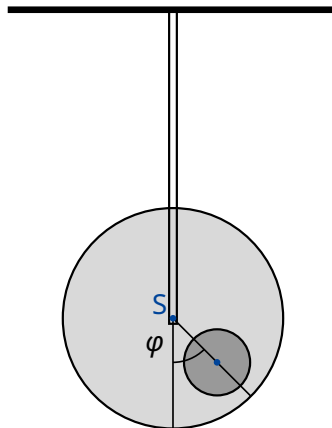
Tähistagu suurus b vahemaad süsteemi massikeskme C ja puitsilindri telje S vahel. Selleks, et seda vahemaad määrata, viime läbi järgneva eksperimendi. Asetame puitsilindri horisontaalsele alusele nii, et puitsilinder on stabiilses tasakaalus. Nüüd kallutame alust nurga Θ võrra (vt joonis 2). Tänu staatilisele hõõrdele saab puitsilinder ilma libisemata vabalt veereda. Puitsilindri uus stabiilne tasakaaluasend on niisugune, mida kirjeldab pöördenurk ϕ eelneva tasakaaluasendi suhtes.



Joonis 2: Silinder ja kallutatud alus.

- A.1** Leidke suuruse b avaldis funktsioonina tuntud suurustest (1), nurgast ϕ ja aluse kaldenurgast Θ . 0.8pt

Järgnevas võime lugeda suuruse b tuntud suuruseks.



Joonis 3: Riputatud süsteem.

Järgnevalt soovime mõõta süsteemi inertsimomenti I_S selle sümmeetriatelje S suhtes. Selle jaoks kinnitame puitsilindri selle sümmeetriateljest jäiga pulgaga. Seejärel pöörame silindrit tasakaaluasendist väikese nurga φ võrra eemale ja laseme lahti (vt joonis 3). Märkame, et nurk φ muutub perioodiliselt perioodiga T .

- A.2** Leidke liikumisvõrrand nurga φ jaoks. Avaldage süsteemi inertsimoment I_S ümber sümmeetriatelje, kasutades suurusi T , b ja tuntud suurusi (1). Võite eeldada, et kõrvalekalded tasakaaluasendist on väikesed, nii et nurk φ on alati väga väike. 0.5pt

Järgnevalt soovime määrata puitsilindris oleva metallketta mõõtmed ja asukohta, kasutades küsimustes **A.1** ja **A.2** tehtud mõõtmisi.

A.3	Leidke kauguse d avaldis funktsioonina b -st ja tuntud suurustest (1). Samuti võite oma avaldises kasutada suurusi r_2 ja h_2 , sest need arvutatakse küsimuses A.5 .	0.4pt
------------	--	-------

A.4	Leidke inertsimomendi I_S avaldis funktsioonina b -st ja tuntud suurustest (1). Samuti võite oma avaldises kasutada suurusi r_2 ja h_2 , sest need arvutatakse küsimuses A.5.	0.7pt
------------	---	-------

A.5	Kasutades kõiki eelnevaid tulemusi, kirjutage välja avaldised h_2 ja r_2 jaoks funktsioonina b -st, T -st ja tuntud suurustest (1). Võite avaldada h_2 funktsioonina r_2 -st.	1.1pt
------------	---	-------

Osa B. Pöörlev kosmosejaam (6.5 punkti)

Alice on kosmosejaamas töötav astronaut. Kosmosejaamaks on gigantne ratas raadiusega R , mis pöörleb ümber oma telje ja tekitab seeläbi tehniliku gravitatsiooni. Astronaudid elavad selle ratta serva sisemisel küljel. Kosmosejaam ise on nii kerge, et selle gravitatsioonilise külgetõmbega me ei arvesta ja nii suur, et põrandapinna kõverust saab ignoreerida.

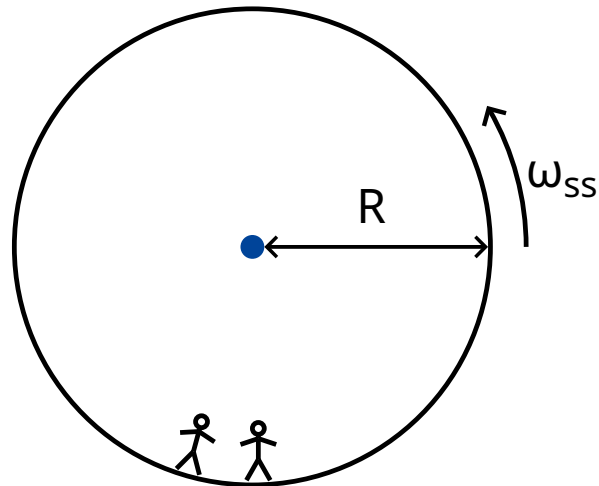
B.1	Kui suure nurkkiirusega ω_{ss} pöörleb kosmosejaam, kui on teada, et astronaudid tunnevad sama suurt gravitatsioonikiirendust g_E kui Maa pinnal olles?	0.5pt
------------	--	-------

Alice ja tema astronautist sõber Bob satuvad vaidlema. Bob ei usu, et nad elavad kosmosejaamas ja väidab hoopis, et nad on Maal. Alice tahab füüsikat kasutades Bobile tõestada, et nad elavad pöörlevas kosmosejaamas. Selle jaoks kinnitab ta vedru (jäikusteguriga k) külge koormise massiga m ja laseb sel võnkuda. Koormis võngub ainult vertikaalsuunas, kuid ei saa horistonaalsuunas liikuda.

B.2	Eeldades, et Maa pinnal on konstantne gravitatsioonikiirendus g_E , milline oleks selle võnkumise nurksagedus ω_E , kui seda Maa pinnal mõõta?	0.2pt
------------	---	-------

B.3	Missuguse võnkumise nurksageduse ω mõõdab Alice kosmosejaamas?	0.6pt
------------	---	-------

Alice on veendunud, et tema eksperiment tõestab, et nad tõepoolest elavad pöörlevas kosmosejaamas. Bob jääb aga skeptiliseks. Ta väidab, et kui ka Maa pinnal võtta arvesse gravitatsioonikiirenduse muutumine, saaksime sama tulemuse. Järgnevalt uurime, kas tal on õigus?



Joonis 4: kosmosejaam

- B.4** Tuletage avaldis gravitatsioonikiirendusele $g_E(h)$ väikestel kõrgustel h üle Maa pinna (linearsest lähendist piisab) ja arvutage koormise võnkumiste ringsagedus $\tilde{\omega}_E$. Maa raadius on R_E . Maa pöörlemist ärge arvestage. 0.8pt

Tõepoolest, Alice näeb, et vedrupendel võngub täpselt selle sagedusega, mida Bob ennustas.

- B.5** Millise kosmosejaama raadiuse R korral on võnkumise nurksagedused ω kosmosejaamas ja $\tilde{\omega}_E$ Maa pinnal omavahel võrdsed? 0.3pt

Bobi kangekaelsus hakkab Alice'it tüütama, nii et ta tuleb välja eksperimendiga oma seisukoha tõestamiseks. Selleks ronib Alice torni otsa, mille kõrgus on H (mõõdetuna kosmosejaama põrandast), ning laseb raskusel vabalt langeda. Sellest eksperimendist aru saamiseks võib kasutada nii pöörlevat kui ka inertsiaalset taustsüsteemi.

Ühtlaselt pöörlevas taustsüsteemis tajuvad astronoomid näilist Coriolise jõudu \vec{F}_C . Coriolise jõud, mis mõjub kehale massiga m , mis liigub kiirusega \vec{v} konstantse nurksagedusega $\vec{\omega}_{ss}$ pöörlevas taustsüsteemis, avaldub kujul

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}_{ss}. \quad (2)$$

Skalaarsuuruste kaudu avaldub see kujul

$$F_C = 2mv\omega_{ss} \sin \phi, \quad (3)$$

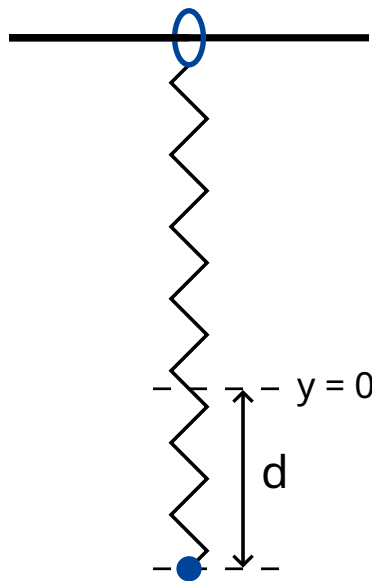
kus ϕ on nurk kiirusvektori ja pöörlemistelje sihi vahel. Coriolise jõud on risti nii kiirusega v kui ka pöörlemisteljega. Jõu märgi saab küll leida parema käe reeglist, kuid järgnevas võite märgi lihtsalt vabalt valida.

- B.6** Leidke horisontaalne kiirus v_x ja horisontaalne nihe d_x (torni aluse suhtes, torniga risti), mille raskus on omandanud selleks hetkeks, kui ta põrandani jõuab. Võite eeldada, et torni kõrgus on nii väike, et vertikaalkiirendus, mida astronautid mõõdavad kukkumise jooksul, on konstante. Samuti võite eeldada, et $d_x \ll H$. 1.1pt

Et saada head mõõtmistulemust, otsustab Alice eksperimendi läbi viia oluliselt kõrgemast tornist kui enne. Oma üllatuseks avastab Alice, et raskus kukub kosmoselaeva põrandale täpselt torni jalami juures, st $d_x = 0$.

- B.7** Leidke torni kõrguse alampiir, mille korral saab juhtuda, et $d_x = 0$. 1.3pt

Alice teeb viimase katse Bobi veenmiseks. Ta soovib kasutada oma vedrupendlit Coriolise jõu mõju demonstreerimiseks. Selleks muudab ta oma esialgset katseseadet nii, et kinnitab vedru ülemise otsa rõnga külge, mis saab x -telje sihis hõõrdevabalt liikuda mööda horisontaalset latti. Vedru ise võngub y -telje sihis. Latt asetseb paralleelselt kosmoselaeva põrandaga ning on risti selle pöörlemisteljega. Niisiis, xy -tasand on risti pöörlemisteljega ja y -telg on suunatud otse kosmosejaama pöörlemiskeskme poole.



Joonis 5: Katseseade.

- B.8** Alice tõmbab koormise tasakaaluasendist ($x = 0, y = 0$) kaugusele d (vt joonis 5) ning laseb siis lahti. 1.7pt
- Esitage avaldised $x(t)$ ja $y(t)$ jaoks. Võite eeldada, et $\omega_{s,s}d$ on väike.
 - Skitseerige trajektoori $(x(t), y(t))$, tähistades kõik olulised suurused nagu näiteks amplituud.

Alice ja Bob vaidlevad edasi.

Mittelineaarne dünaamika elektriahelates (10 punkti)

Palun lugege enne alustamist üldjuhendit, mis on eraldi ümbrikus.

Sissejuhatus

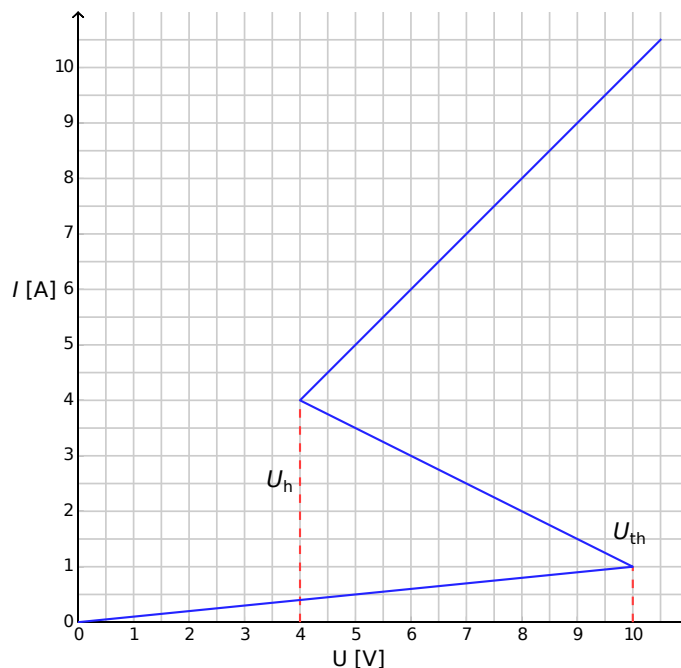
Bistabiilsed mitte-lineaarsed pooljuhtelemendid (nt türistorid) on elektroonikas laialt kasutusel lülitite või elektromagnetiliste võnkumiste generaatoritena. Türistoride peamine rakendus on jõuelektronikas vahelduvvoolude juhtimine. Näiteks suurte võimsuste korral vahelduvvoolu teisendamisel alalisvooluks. Bistabiilseid elemente kasutatakse ka mudelsüsteemina, et uurida iseorganiseeruvaid fenomene füüsikas (seda teemat puudutab osa B), bioloogias (vaata osa C) ja teistes mittelineaarsetes teaduse valdkondades.

Eesmärgid

Uurida mittelineaarsete $I - V$ tunnusoontega elemente sisaldavate elektriskeemide ebastabiilsusi ja mittetriviaalset dünaamikat. Avastada võimalik rakendus sellistele skeemidele bioloogiliste süsteemide modelleerimisel.

Osa A. Tasakaalupunktid ja ebastabiilsused (3 punkti)

Joonis 1 graafikul on elemendi X n-ö **S-kujuline** $I - V$ tunnusjoon. Nagu näha vastab, vahemikus $U_h = 4.00 \text{ V}$ (*holding voltage*) kuni $U_{th} = 10.0 \text{ V}$ (*threshold voltage*) ühele pingele mitu võimaliku voolutugevust. Lihtsuse huvides on joonisel 1 olev tunnusjoon tükati lineaarne (koosneb lineaarsetest lõikudest). Pange tähele, et ülemise lõigu pikendus läbib kordinaatide algpunkti. Selline lihtsustus kirjeldab päris hästi türistori käitumist.



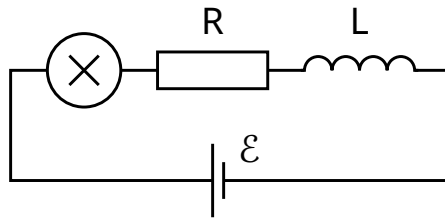
Joonis 1: Elemendi X tunnusjoon $I - V$.

- A.1** Kasutades graafikut, määrake takistus R_{on} , millena käitub element X oma $I-V$ tunnusoone ülemisel lõigul, ja takistus R_{off} , millena käitub element alumisel lõigul. Keskmisel lõigul kehtib valem: 0.4pt

$$I = I_0 - \frac{U}{R_{\text{int}}}. \quad (1)$$

Leidke I_0 ja R_{int} väärtused.

Element X ühendatakse jadamisi takistiga R , induktoriga L ja ideaalse pingega \mathcal{E} (vt joonis 2). Ütleme, et elektriabel on tasakaaluolekus kui voolutugevus on ajas konstante: $I(t) = \text{const}$.



Joonis 2: Elektriabel elemendiga X , takistiga R , induktoriga L ja pingega \mathcal{E} .

- A.2** Mitu erinevat tasakaaluolekut saab olla joonisel 2 kujutatud elektriabelal mingi \mathcal{E} jaoks, kui $R = 3.00 \Omega$ (vaadelda erinevaid \mathcal{E} väärtusi)? Kuidas muutub vastus, kui $R = 1.00 \Omega$? 1pt

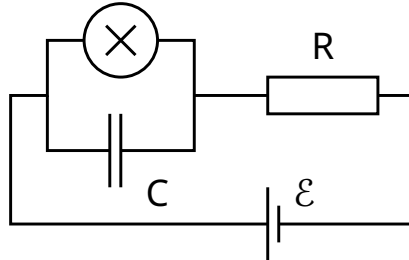
- A.3** Olgu joonisel 2 kujutatud skeemil $R = 3.00 \Omega$, $L = 1.00 \mu\text{H}$ ja $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Leidke tasakaaluolekus voolutugevus $I_{\text{stationary}}$ ja pinge $V_{\text{stationary}}$ elemendil X . 0.6pt

Elektriabel joonisel 2 on tasakaaluolekus $I(t) = I_{\text{stationary}}$. Tasakaaluolek on stabiilne, kui väikese häirituse korral (voolutugevuse suurenemine või vähenemine), hakkab voolutugevus tagasi tasakaalupunkti poole liikuma. Ebastabiilse tasakaalupunkti korral hakkab voolutugevus häirituse tõttu tasakaalupunktist eemalduma.

- A.4** Kasutage numbrilisi väärtusi osast **A.3** ja uurige stabiilsust tasakaaluoleku $I(t) = I_{\text{stationary}}$ juures. Kas tasakaaluolek on stabiilne või ebastabiilne? 1pt

Osa B. Bistabiilsed mittelineaarsed elemendid füüsikas: raadiosaatja (5 punkti)

Nüüd uurime uut elektriabelat (vt joonis 3). Seekord on mittelineaarne element X ühendatud rööbiti kondensaatoriga $C = 1.00 \mu\text{F}$. See rööpühendus on omakorda jadamisi takistiga $R = 3.00 \Omega$ ja ideaalse pingega $\mathcal{E} = 15.0 \text{ V}$. Selgub, et selline skeem hakkab ostsilleerima nii, et mittelineaarne element X hüppab tsükli jooksul $I-V$ tunnusoonele ühelt lõigult teisele.



Joonis 3: Elektrialhel elemendiga X , kondensaatoriga C , takistiga R ja pingellikaga \mathcal{E} .

B.1 Joonistage ostsillatsioonide tsüklil vastuselehel olevale $I - V$ tunnusjoonele, kaasaarvatud suund (päripäeva või vastupäeva). Põhjendage oma vastust valemite ja joonistega. 1.8pt

B.2 Leidke avaldised aegade t_1 ja t_2 jaoks, mille mittelineaarne element veedab $I - V$ tunnusjoone eri lõikudes ühe tsükli jooksul. Leidke t_1 ja t_2 numbrilised väärtused. Leidke ostsillatsiooni perioodi T numbriline väärtus, eeldades, et $I - V$ tunnusjoone eri harude vahet hüppamine aega ei võta. 1.9pt

B.3 Hinnake keskmist võimsust P , mis eraldub mittelineaarsel elemendil ühe ostsillatsiooni jooksul. Suurusjärguline hinnangutäpsus on piisav. 0.7pt

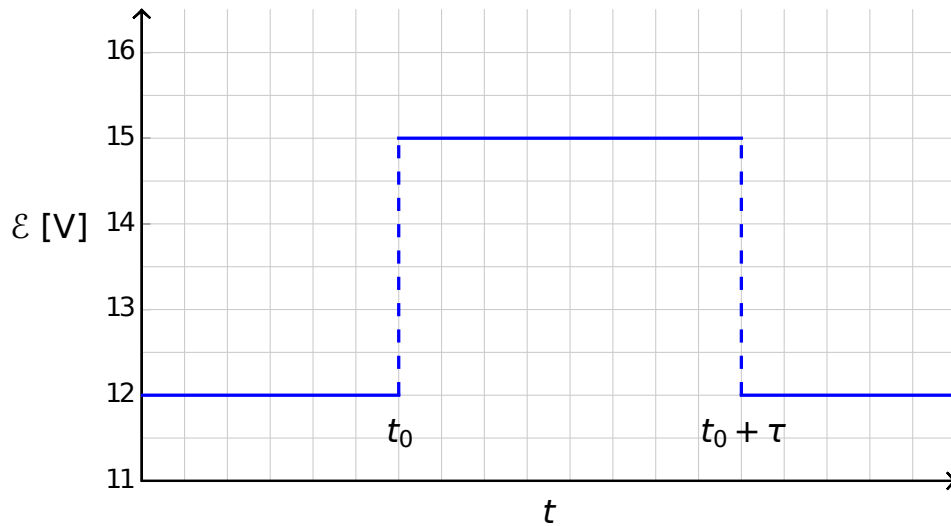
Joonisel 3 olevat skeemi kasutatakse raadiosaatja ehitamiseks. Selleks ühendatakse element X antenni ühe otsa külge. Antenn on pikk sirge juhe pikkusega s . Teine antenni ots on vaba. Antennis tekib elektromagnetiline seisulaine. Elektromagnetlainete kiirus piki antenni on sama kui vaakumis. Raadiosaatja kasutab süsteemi põhisagedust, mille periood T on leitud osas **B.2**.

B.4 Mis on optimaalne pikkus s , eeldades, et see ei saa olla pikem kui 1 km? 0.6pt

Osa C. Bistabiilsed mittelineaarsed elemendid bioloogias: neuristor (2 punkti)

Selles osas vaatleme, kuidas kasutada bistabiilseid mittelineaarseid elemente bioloogiliste protsesside modelleerimiseks. Neuronitel (närvirakkudel) on järgmine omadus: kui neuronit ergastada signaaliga, teevad nad ühe üksiku ostsillatsiooni ja lähevad siis tagasi oma esialgsesse olekusse. Seda nimetatakse *excitability*-omaduseks. See on oluline närviimpulsside levimisel mööda närvisüsteemi. Pooljuhtseadet, mis jäljendab närvirakkude *excitability*-omadust, nimetatakse neuristoriks (neuron ja transistor).

Me üritame modelleerida lihtsat neuristori, kasutades joonisel 3 olevat skeemi. Selleks muudame pingellika \mathcal{E} pinget vastavalt graafikule joonisel 4: alguses on pinge $\mathcal{E}' = 12.0$ V ja ostsillatsioonid puuduvad (süsteem on tasakaaluolekus), mingil hetkel suurendatakse pinget väärtuseni $\mathcal{E} = 15.0$ V ja ajahetk τ hiljem (seejuures $\tau < T$) tagasi pingele $\mathcal{E}' = 12.0$ V. Selgub, et leidub kriitiline väärtus τ_{crit} , mis eristab süsteemi käitumist kvalitatiivselt erinevalt juhtudel $\tau < \tau_{\text{crit}}$ ja $\tau > \tau_{\text{crit}}$.



Joonis 4: Pingeallika pinge sõltuvus ajast.

- | | | |
|------------|--|-------|
| C.1 | Visandage mittelineaarset elementi X läbiva voolutugevuse $I_X(t)$ ajalise sõltuvuse graafikud juhtude $\tau < \tau_{\text{crit}}$ ja $\tau > \tau_{\text{crit}}$ jaoks. | 1.2pt |
| C.2 | Leidke avaldis kriitilise aja τ_{crit} jaoks, mille korral see kvalitatiivne muutus tekib. | 0.6pt |
| C.3 | Kas aja $\tau = 1.00 \times 10^{-6}$ s korral käitub elektriabel nagu <i>neuristor</i> või mitte? | 0.2pt |

Suur hadronite põrguti (10 punkti)

Palun lugege enne selle ülesande kallale asumist eraldi ümbrikus asuvat üldjuhendit (*general instructions*).

Selles ülesandes tuleb vaatluse alla CERNis asuva LHC (*Large Hadron Collider* - suur osakeste põrguti) osakeste kiirendi füüsika. CERN on maailma suurim osakestefüüsika labor, mille peamine eesmärk on saada teadmisi looduse fundamentaalseaduste kohta. Kaks osakeste kiirendatakse suurtele energiatele, juhitakse tugevate magnetväljade abil mööda ringkiirendit ning lastakse üksteisega põrkuda. Prootonid ei ole mööda ringjoonelist kiirendit ühtlaselt jaotunud, vaid on kogutud n-ö kimpudesse. Põrgetes tekkinud osakesi registreeritakse suurtes osakeste detektorites. Mõned LHC parameetrid on toodud tabelis 1.

LHC kiirendi ring	
Ringi ümbermõõt	26659 m
Kimpude arv prootonite kiires	2808
Prootonite arv ühes kimpus	1.15×10^{11}
Prootonite kiired	
Prootonite energia	7.00 TeV
Massikeskme energia	14.0 TeV

Tabel 1: Oluliste LHC parameetrite arväärtused.

Osakestefüüsikud kasutavad energia, impulsi ja massi esitamiseks mugavaid ühikuid. Energiasid mõõdetakse elektronvoltides [eV]. Vastavalt definitsioonile on 1 eV energia, mille saab osake elementaarlaenguga e , kui liigub läbi potentsiaalide vahe üks volt ($1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$).

Osas A tegeleme prootonite ja elektronide kiirendamisega. Osas B tegeleme CERNi põrgetes tekkinud osakeste identifitseerimisega.

Osa A. LHC kiirendi (6 punkti)

Kiirendamine:

Eeldagem, et prootonid kiirendatakse pingega V suurtele kiirustele, mis on väga lähedased valguse kiirusele. Samuti eeldagem, et võime jätta arvestamata kiirguslikud energiakaod ja põrked teiste osakestega.

A.1 Leidke prootonite lõppkiiruse v täpne avaldis funktsioonina kiirendavast pingest V ja füüsikalistest konstantidest. 0.7pt

Ühes tulevases CERNi eksperimendis on plaanis kasutada LHC kiirendist pärit prootoneid ja põrgatada neid elektronidega, millel on energia 60.0 GeV.

A.2 Väga kõrge energiaga, kuid väikse massiga osakeste lõppkiiruse v suhteline erinevus $\Delta = (c - v)/c$ valguse kiirusest on väga väike. Leidke esimest järku ligikaudne avaldis Δ jaoks ja arvutage Δ energiaga 60.0 GeV elektronide jaoks, kasutades kiirendavat pinget V ja füüsikalisi konstante (lehekülj G0-3). 0.8pt

Liigume nüüd tagasi LHC prootonite juurde. Eeldagem, et kiirtekanal on ringikujuline.

- A.3** Avaldage magnetinduktsioon B , mis on vajalik hoidmaks prootonite kiirt kiirendi ringjoonelisel trajektoorigil. See avaldis peaks sisaldama ainult prootoni energiat E , trajektoori ümbermõõtu L , fundamentaalkonstante ja arve. Võite kasutada sobivaid ligikaudseid lihtsustusi, kui nende mõju on väiksem tüvenumbrite täpsusest. 1.0pt
- Arvutage magnetinduktsioon B mis on vajalik prootoni jaoks energiaga $E = 7.00$ TeV, jättes arvestamata prootonite vahelise interaktsiooniga.

Kiiratud võimsus:

Kiirendatav osake kiirgab elektromagnetlaineid -- seega energiat. Konstantse nurkkiirusega mööda ringjoont liikuva laetud osakese kiiratud võimsus P_{rad} sõltub ainult selle osakese kiirendusest a , laengust q , valguse kiirusest c ja vaakumi dielektrilisest läbitavusest ϵ_0 .

- A.4** Kasutage dimensionaalset analüüsi, et leida kiiratud võimsuse P_{rad} avaldis. 1.0pt

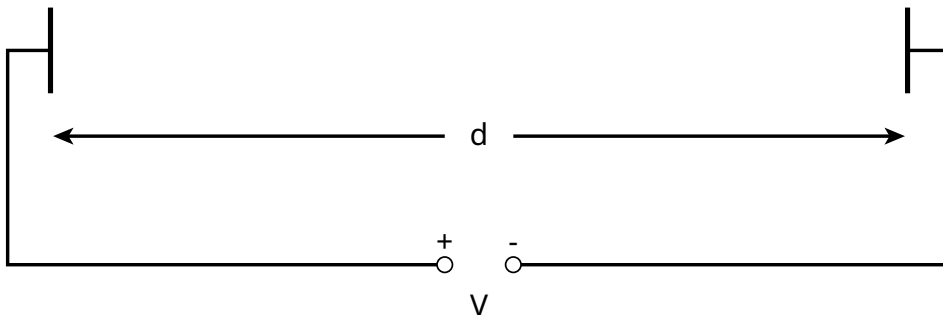
Kiiratud võimsuse korrektne valem sisaldab veel ka tegurit $1/(6\pi)$. Lisaks annab täpne relativistlik tuleuskäik ka täiendava teguri γ^4 , kus $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$.

- A.5** Arvutage summaarne LHCs kiiratud võimsus P_{tot} , kui ühe prootoni energia on $E = 7.00$ TeV (NB! vt tabel 1). Võite kasutada sobivaid ligikaudseid lihtsustusi. 1.0pt

Lineaarne kiirendamine:

CERNis kiirendatakse prootoneid paigalseisust lineaarse kiirendiga pikkusega $d = 30.0$ m ja pingega $V = 500$ MV. Eeldage, et elektriväli on homogeenne. Lineaarne kiirendi koosneb kahest plaadist nagu näidatud joonisel 1.

- A.6** Leidke aeg T , mis kulub prootonitel selle elektrivälja läbimiseks. 1.5pt



Joonis 1: Kiirendi skeem.

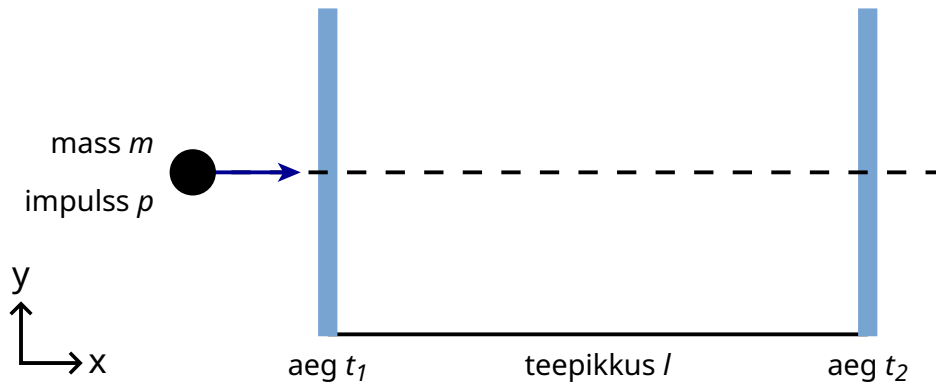
Osa B. Osakeste tuvastamine (4 punkti)

Lennuaeg:

Selleks, et interpreteerida osakeste interaktsiooni protsessi, on oluline identifitseerida neid kõrge energiaga osakesi, mis põrgetes tekivad. Lihtne meetod selleks on mõõta aega t , mis kulub teadaoleva impulsi osakesel vahemaa l läbimiseks n -ö lennuajadetektoris (LA-detektor). Tüüpilised osakesed, mida sellises detektoris identifitseeritakse, on koos nende massidega loetletud tabelis 2.

Osake	Mass [MeV/c ²]
deuteron	1876
prooton	938
laetud kaaon	494
laetud piion	140
elektron	0.511

Tabel 2: Osakesed ja nende massid.

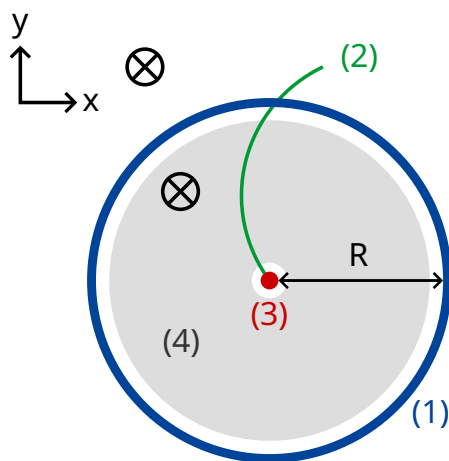


Joonis 2: Lennuajadetektori skeem.

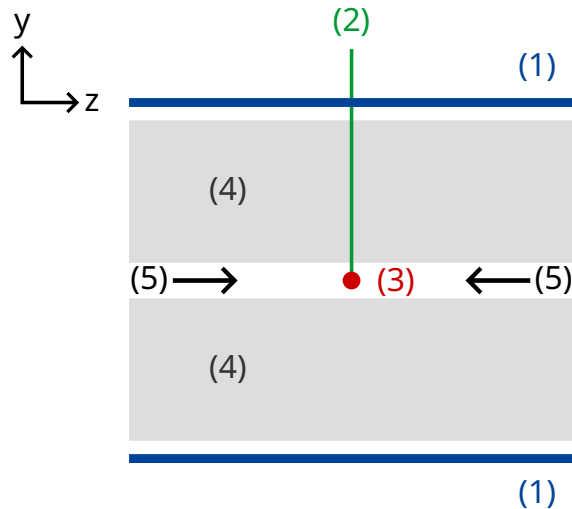
- B.1** Avaldage osakese seisumass m funktsioonina impulsist p , teepikkusest l ja lennuajast t . Eeldagem, et osakestel on elementaarlaeng e ning nad liiguvad valguse kiiruse c lähedastel kiirustel piki sirgjoonelisi trajektoore läbi LA-detektori risti detektori kahe plaadiga (vt joonis 2). 0.8pt

B.2 Arvutage LA-detektori minimaalne pikkus l , mis võimaldab kindlalt eristada laetud kaaonit laetud piionist, kui kummagi impulss on $1.00 \text{ GeV}/c$. Kindlaks eristamiseks on vaja, et lennuaegade erinevus oleks kolm korda suurem detektori ajalisest lahutusest. LA-detektori tüüpiline ajaline lahusus on 150 ps ($1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$). 0.7pt

Järgnevalt vaatleme, kuidas tüüpilises LHC detektoris tekkinud osakesed identifitseeritakse kaheastmelises detektoris, mis koosneb jäljedetektorist ja LA-detektorist. Joonisel 3 on näidatud sellise seadme rist- ja pikilõige (arvestatuna prootonite kiirte suunast). Kumbki detektor on toru, mis ümbritseb kiirte interaktsiooni piirkonda nii, et kiired läbivad torude keskpunkte. Jäljedetektor registreerib laetud osakese trajektoori, mis läbib magnetvälja, mille suund on paralleelne prootonite kiirtega. Trajektoori raadius r võimaldab tuvastada osakese ristsuunalist impulssi p_T . Et kokkupõrke ajaline hetk on teada, piisab LA-detektori ehitamiseks ainult ühest torust, et mõõta lennuaega kokkupõrkepunktist kuni LA-detektori toruni jõudmiseks. See LA-detektori toru paikneb väljaspool jäljedetektorit. Selles ülesandes võite eeldada, kokkupõrkes tekkinud osakesed liiguvad risti prootonite kiirtega, st tekkinud osakestel ei ole kiirtesuunalist impulssi.



ristlõige



pikisuunaline läbilõige, mis läbib
keskpunkti ja on paralleelne
kiirte suunaga

- (1) - LA-detektori toru
- (2) - osakese trajektoori
- (3) - kokkupõrkepunkt
- (4) - jäljedetektori toru
- (5) - prootonite kiired
- ⊗ - magnetväli

Joonis 3: Katseseade osakeste identifitseerimiseks, kasutades jäljedetektorit ja LA-detektorit. Mõlemaks detektoriks on toru, mis ümbritseb kokkupõrkepunkti nii, et see jääb torude keskele. Vasakul: ristvaade (risti kiirte suunaga). Paremal: pikivaade (paralleelne kiirte suunaga). Tekkinud osake liigub risti kiirte suunaga.

B.3 Avaldage osakese mass funktsioonina magnetinduksioonist B , LA-toru raadiusest R , fundamentaalkonstantidest ja mõõdetud suurustest: trajektoori raadius r ja lennuaeg t . 1.7pt

Detektoris registreeriti neli osakest ja nüüd on vaja need identifitseerida. Magnetinduksioon jäljedetektoris oli $B = 0.500$ T ja LA-detektori toru raadius oli 3.70 m. Siin on mõõtmistulemused ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$):

<i>Osake</i>	<i>Trajektoori raadius r [m]</i>	<i>Lennuaeg t [ns]</i>
A	5.10	20
B	2.94	14
C	6.06	18
D	2.31	25

B.4 Identifitseerige, st nimetage, need neli osakest, arvutades nende seisumassid. 0.8pt