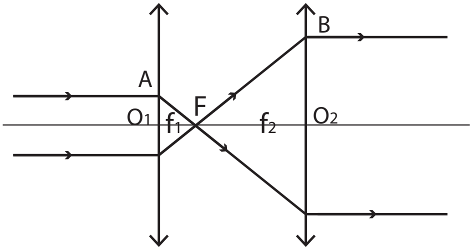
Eesti koolinoorte 28. füüsika lahtine võistlus

2. detsember 2017. a. Noorema rühma ülesannete lahendused

1. (*KIIRTEKIMBU LAIENDI*) (*8 p.*) *Autor: EFO žürii.*



Sarnastest kolmnurkadest $\triangle AFO_1$ ning $\triangle BFO_2$ saame, et

$$\frac{BO_2}{AO_1} = \frac{FO_2}{FO_1}.$$

Kuna teame, et kiirtekimp on k korda laiem ning avaldades läätse fookused, saame

$$k = \frac{f_2}{f_1}.$$

Kuna $f_1 + f_2 = a$, saame avaldada fookuste kaudu läätsede optilised tugevused $D = \frac{1}{f}$

$$D_1 = \frac{1+k}{a}, \qquad D_2 = \frac{1+k}{ka}.$$

2. (*KOKTEIL*) (*8 p.*) *Autor: EFO žürii.*

Olgu nelja jäätüki mass kokku m ning klaasis oleva vee mass M. Vette lisatud jäätükid kõigepealt soojenevad (Q_1), siis sulavad (Q_2) ning seejärel tekkinud vesi soojeneb veega samale temperatuurile $t = 13\,°\mathrm{C}$ (Q_3). Jääle antud energia tuleb vee jahtumisest temperatuurilt $20\,°\mathrm{C}$ temperatuurini $13\,°\mathrm{C}$ (Q_4). Seega $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4$

$$Q_1 = -c_j m t_1, \quad Q_2 = \lambda m, \quad Q_3 = c_v m t, \quad Q_4 = c_v M(t_2 - t)$$

$$-c_j m t_1 + \lambda m + c_v m t = c_v M(t_2 - t)$$

Avaldame sellest seosest jää ja vee masside suhte m/M

$$\frac{m}{M} = \frac{c_v(t_2 - t)}{-c_j t_1 + \lambda + c_v t}$$

Kui kokteiliklaasi lisatakse kaheksa jäätükki kogumassiga $2m$ ning temperatuur klaasis on t_k, saame panna kirja järgmise seose

$$-c_j 2m t_1 + \lambda 2m + c_v 2m t_k = c_v M(t_2 - t_k)$$

Avaldame siit seose m/M, saame

$$\frac{m}{M} = \frac{c_v(t_2 - t_k)}{2(-c_j t_1 + \lambda + c_v t_k)}$$

Asendades masside suhte m/M, saame avaldada temperatuuri t_k

$$\frac{c_v(t_2 - t)}{-c_j t_1 + \lambda + c_v t} = \frac{c_v(t_2 - t_k)}{2(-c_j t_1 + \lambda + c_v t_k)} \quad \Rightarrow$$

$$t_k = \frac{2c_v \lambda t - 2c_v c_j t_1 t + c_v^2 t_2 t + c_v c_j t_1 t_2 - c_v \lambda t_2}{2c_v^2 t_2 - c_v^2 t - c_v c_j t_1 + c_v \lambda} \approx 6{,}9\,°\mathrm{C}.$$

3. (*AUTODE KIIRENDUS*) (*8 p.*) *Autor: EFO žürii.*
Avaldame vahemaad, mille autod pidurdades läbivad

$$s_A = \frac{v_A - v_{\text{lõpp}}}{2} \cdot t \qquad s_B = \frac{v_B - v_{\text{lõpp}}}{2} \cdot t$$

Kuna $v_{\text{lõpp}} = 0\,\mathrm{m/s}$ ning $s_A + s_B = s = 600\,\mathrm{m}$, saame leida pidurdusteekonna pikkused

$$\frac{2s_A}{v_A} = \frac{2(s - s_A)}{v_B} \quad \Rightarrow \quad s_A = \frac{s v_A}{v_A + v_B} \approx 325{,}7\,\mathrm{m}$$

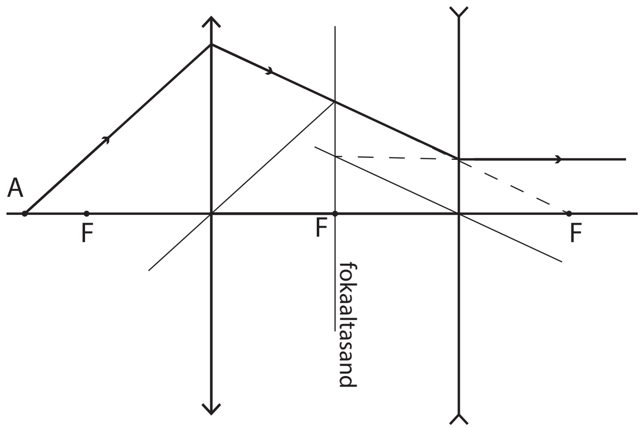
$$\frac{2(s - s_B)}{v_A} = \frac{2s_B}{v_B} \quad \Rightarrow \quad s_B = \frac{s v_B}{v_A + v_B} \approx 274{,}3\,\mathrm{m}$$

Teades pidurdusteekonna pikkusi, saame leida mõlema auto kiirendused

$$s_A = \frac{v_A^2 - v_{\text{lõpp}}^2}{2a_A} \quad \Rightarrow \quad a_A = \frac{v_A^2}{2s_A} \approx 1{,}07\,\mathrm{m/s^2} \approx 13\,854\,\mathrm{km/h^2}$$

$$s_B = \frac{v_B^2 - v_{\text{lõpp}}^2}{2a_B} \quad \Rightarrow \quad a_B = \frac{v_B^2}{2s_B} \approx 0{,}90\,\mathrm{m/s^2} \approx 11\,667\,\mathrm{km/h^2}$$

4. (*VALGUSALLIKA KUJUTIS*) (*8 p.*) *Autor: EFO žürii.*
Valgusallika kujutist ei tekigi (või tekib lõpmatusse), kuna pärast teise läätse läbimist on valguskiired paralleelsed optilise peateljega.
Valguskiired on paralleelsed, kuna valgusallika A kujutis läbi kumerläätse tekiks nõgusläätse parempoolsesse fookusesse. Seega kumerläätse läbinud kiired koonduvad kiired langevad nõgusläätsele nii, et nad koonduksid parempoolses fookuses. Kuna nõguslääts hajutab valgust, siis on kiired pärast nõgusläätse läbimist paralleelsed. Mistõttu valgusallika kujutist ei teki, või tekib see lõpmatusse.



5. (*KAAL*) (*10 p.*) *Autor: Andres Põldaru.*
Elastne traat käitub nagu vedru ja raskuse m traadi otsa riputamisel pikeneb Δl võrra:

$$mg = c\Delta l,$$

kus g on raskuskiirendus ja c on konstant, mis kirjeldab traadi tugevust. Traadi takistus on võimalik avaldada eritakustuse ρ, pikkuse ja pindala kaudu:

$$R = \frac{\rho l}{S}.$$

Teame, et traadi venimisel jääb traadi ruumala $V = Sl$ samaks ja selle abil saame avaldada

$$S = \frac{V}{l} \quad \rightarrow \quad R = \frac{\rho l^2}{V}.$$

Nüüd saame avaldada

$$\Delta R = \frac{\rho}{V}\left((l+\Delta l)^2 - l^2\right) = \frac{\rho l^2}{V}\left(\frac{2\Delta l}{l} + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2\right).$$

Sulgudes oleva teise liikme saame ära jätta, sest $\Delta l / l$ on väike ($\Delta l \ll 1$) ja väikese arvu ruutu tõstes saame veel väiksema arvu, mille jätame arvestamata. Siis saame

$$\Delta R \approx \frac{2\rho l \Delta l}{V} = \frac{2\rho g l m}{cV}.$$

Näeme, et takistuse muutus on võrdeline massiga ja seega k korda suurema raskuse traadi otsa riputamisel suureneb takistus $k\Delta R$ võrra.

6. (*LIIKLUSHULIGAAN*) (*10 p.*) *Autor: Taavi Pungas.*
Kui liiklushuligaan alustab Tallinnast sõitu hetkel $t = 0$, jõuab ta Tartusse kohale hetkel $t = l/v$. Sõidaks ta täpselt sama kiirusega u kui kõik teised, ei peaks ta ühestki autost mööda sõitma, aga kohale jõuaks ta hetkel $t = l/u$. See tähendab, et kihutamise tõttu peab ta mööda sõitma kõikidest autodest, mis jõuavad Tartusse perioodil $t = l/v$ kuni $t = l/u$. Neid autosid on $N = f \cdot (l/u - l/v) = f \cdot l \cdot (1/u - 1/v)$, mis annab arvuliseks vastuseks, et liiklushuligaan peab reisi jooksul keskmiselt mööda sõitma 90 autost.

7. (*VANN*) (*10 p.*) *Autor: Paul Kerner.*
Olgu otsitavad suurused μ_H ja μ_C. Kuna vee hulk jääb konstantseks, saame

$$\mu = \mu_H + \mu_C$$

Ajaühikus voolab ära $\mu = \mu_H + \mu_C$ vett temperatuuriga T_v ning voolab sisse μ_H vett temperatuuriga T_H ja μ_C vett temperatuuriga T_C. Ehk siis "vanni süsteemi" läbides μ_H vett muutub temperatuuri T_H-st T_v-le ning μ_C muutub T_C-st T_v-le. Ehk siis süsteem kaotab sellest $c\mu_C(T_v - T_C)$ ning saab $c\mu_H(T_H - T_v)$ energiat. Kokku kaotab süsteem läbi seda energiat:

$$P_{lahkub} = c\mu_C(T_v - T_C) - c\mu_H(T_H - T_v)$$

Süsteem saab energiat kehast: $P_{saab} = kS\Delta T = kS(T_k - T_v)$ Et vee temperatuur jääks konstantseks, $P_{lahkub} = P_{saab}$, ehk

$$c\mu_C(T_v - T_C) - c\mu_H(T_H - T_v) = kS(T_k - T_v)$$

Meil on nüüd olemas kaks võrrandi. Lahendades võrrandisüsteemi saame:

$$\mu_H = \frac{c\mu(T_v - T_c) - kS(T_k - T_v)}{c(T_H - T_C)} = 0{,}33\,\mathrm{kg/s}$$

$$\mu_C = \frac{c\mu(T_H - T_v) + kS(T_k - T_v)}{c(T_H - T_C)} = \mu - \mu_H = 1{,}67\,\mathrm{kg/s}$$

8. (*ELEKTRISKEEM*) (*12 p.*) *Autor: Oleg Košik.*
Olgu patarei pinge U.

Esimesel juhul vool klemmide A ja B vahel läheb ainult läbi ampermeetri ning takistit R_1 vool ei läbi. Takitis R_3 on pinge U_1 ning vool I_1. Seega

$$R_3 = U_1/I_1 = 2\,\Omega.$$

Takitis R_2 on pinge $U - U_1$ ning vool I_1:

$$R_2 = \frac{U - U_1}{I_1}.$$

Teisel juhul vool klemmide C ja D vahel läheb ainult läbi ampermeetri ning takistit R_3 vool ei läbi. Takitis R_1 on pinge U_2 ning vool I_2. Seega

$$R_1 = U_2/I_2 = 3\,\Omega$$

Takitis R_2 on pinge $U - U_2$ ning vool I_2:

$$R_2 = \frac{U - U_2}{I_2}.$$

Saame

$$\frac{U - U_1}{I_1} = \frac{U - U_2}{I_2},$$

kust leiame $U = 12\,\mathrm{V}$ ning $R_2 = 1\,\Omega$.

Kolmandal juhul läheb vool läbi kõigist takistitest ning voltmeeter mõõdab pinget takistil R_1. See võrdub

$$U_3 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 6\,\mathrm{V}.$$

9. (*KARUSSELL*) (*14 p.*) *Autor: Jaan Kalda.*
Et visatakse vastasistujale, siis pallil pöörlevas süsteemis Antsu joonkiiruse suunaline komponent puudub, st maaga seotud süsteemis on kiiruse komponendid v ja u, kus u on viskamise kiirus. Edasi on palli koordinaadid funktsioonina ajast $y = ut$, $x = vt$. Berta koordinaadid aga $y = R + R\sin(vt/R)$, $x = R\cos(vt/R)$. Seega kohtumise ajahetk on määratud tingimusega $vt/R = \cos(vt/R)$, millest $t = x_0 R/v$. Viskamise kiiruse saame kohtumise tingimusest y-telje sihis:

$$u = [R + R\sin(x_0)]/t = v[1 + \sin(x_0)]/x_0 \approx 2.26v.$$

10. (*PLOKID*) (*14 p.*) *Autor: Taavet Kalda.*
Olgu ülemisele ja alumisele plokile toetuvate nööride pinged vastavalt T_1 ja T_2 ning raskuste kiirendused vasakult paremale vastavalt a_1, a_2 ja a (gravitatsiooniga samasuunalised). Kuna raskus M peab paigal olema, $a = 0$. Nööride venimatus annab kaks lisatingimust. Esiteks, ülemise nööri venimatusest peab alumise ploki kiirendus olema $-a_1$. Alumise nööri venimatusest saab järeldada, et alumine plokk liigub kiirendusega $\frac{a_2+a}{2} = \frac{a_2}{2} = -a_1$, sest alumine plokk liigub keskmiselt sama palju kui sellele toetuvad raskused. Kuna nöörid on kaalutud, on nende pinge

igas punktis sama. Paneme alumise ploki ja iga raskuse jaoks Newtoni 2. seaduse kirja:

$$0 = 2T_2 - T_1 \qquad \text{- alumine plokk} \tag{1}$$
$$ma_1 = mg - T_1 \qquad \text{- esimene raskus} \tag{2}$$
$$ma_2 = mg - T_2 \qquad \text{- teine raskus} \tag{3}$$
$$0 = Mg - T_2 \qquad \text{- uuritav raskus} \tag{4}$$
$$\frac{a_2}{2} = -a_1 \qquad \text{- nööride venimatus} \tag{5}$$

Tekkinud võrrandisüsteemis on 5 võrrandit ja 5 tundmatut. Seega on M üheselt määratud.

(1) ja (4) annavad $T_2 = Mg$ ja $T_1 = 2Mg$. Asendame (5) ja saadud seosed võrranditesse (2) ja (3):

$$ma_1 = mg - 2Mg \tag{6}$$
$$-2ma_1 = mg - Mg \tag{7}$$

Liidame (6) ja (7) kokku kaaludega 2 ja 1:

$$0 = 2mg - 4Mg + mg - Mg$$

ehk

$$M = \frac{3}{5}m$$