Eesti koolinoorte 62. füüsikaolümpiaad

11. aprill 2015. a. Vabariiklik voor.
Põhikooli *ülesannete lahendused*

1. (*HELILAINE*) (*6 p.*) Selles metallis, kus heli levib kiiremini, kulub poolrõnga läbimiseks aeg $t_1 = \frac{\pi R}{v_1}$. Sama ajaga läbi heli teises poolrõngas vahemaa $s = v_2 t_1 = \frac{\pi R v_2}{v_1}$
Ülejäänud osa rõngast läbivad kaks helilainet koos ajaga

$$t_2 = \frac{\pi R - \frac{\pi R v_2}{v_1}}{2v_2}$$

Seega kogu aeg

$$t = \frac{\pi R - \frac{\pi R v_2}{v_1}}{2v_2} + \frac{\pi R}{v_1} = \frac{\pi R(v_1 + v_2)}{2v_1 v_2}$$

2. (*KERA VEES*) (*6 p.*) Tähistan ρ – kera aine tihedus, ρ_v = vee tihedus

$$\frac{1}{3}mg = mg - \rho_v g \frac{V}{2}$$
$$\frac{1}{3}\rho V g = \rho V g - \rho_v g \frac{V}{2}$$

Sellest saame kera aine tiheduseks

$$\rho = \frac{3}{4}\rho_v = 0{,}75\,\mathrm{g/cm^3}.$$

3. (*VOLTMEETER*) (*8 p.*) Harus, kus on takistid R_1 ja R_2 on kogutakistus $R_ü = R_1 + R_2$, mis on $100\,\Omega$. Teises harus on kogutakistus $200\,\Omega$. Esimeses harus on voolutugevus seose $I = U/R = 0{,}2\,\mathrm{A}$, teises harus $0{,}1\,\mathrm{A}$.
Pinge takistite R_1 ja R_3 otstes on seose $U = IR$ järgi $U_1 = 3\,\mathrm{V}$ ja $U_3 = 2{,}5\,\mathrm{V}$. Seega on voltmeetri otstel pinge $0{,}5\,\mathrm{V}$.

4. (*KUUP VEDELIKES*) (*10 p.*) Kuup asub sellisel sügavusel, et esineks jõudude tasakaal $mg + F_1 = F_2$, kus F_1 on vedeliku rõhumisjõud kuubi ülemisele pinnale ja F_2 vedeliku rõhumisjõud kuubi alumisele pinnale.

$$F_1 = \rho_1 g h l^2 \quad \text{ja} \quad F_2 = \rho_1 g(h + l - x)l^2 + \rho_2 g x l^2, \text{ seega}$$

$$\rho g l^3 + \rho_1 g h l^2 = \rho_1 g(h + l - x)l^2 + \rho_2 g x l^2, \text{ millest}$$

$$x = l\frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}.$$

5. (*VARRAS*) (*10 p.*) Kuna jõuõlg $AB = 2BC$ ja varda AC massi pole tarvis arvestada, on niidile AD mõjuv jõud F_1 kaks korda väiksem niidile CE mõjuvast jõust $F_2 = 2F_1$.
Alumisele vardale mõjub punktis D jõud F_1, mis on suunatud üles ja punktis E jõud $2F_1$, mis ka on suunatud üles. Varda keskpunktis mõjub vardale jõud mg, mis on suunatud alla. Sellest lähtuvalt saab kirjutada jõumomentide tasakaalu võrrandi.

$$F_1 4a + 2F_1 a - mg2a = 0 \qquad \text{Siit,} \quad F_1 = \frac{mg}{3}$$

Seega vasakus niidis mõjub jõud 20 N ja paremas niidis 40 N.

6. (*KAKS SKEEMI*) (*10 p.*) Esiteks teame, et kui takistit R_1 läbiva voolu tugevus on kaks korda suurem kui voolutugevus läbi takisti $3R$ ja pinge nende otstel on sama, sest nad on ühendatud paralleelselt, siis takistus R_1 on kaks korda väiksem kui takistus $3R$. Sama loogika annab, et takistus R_2 on viis korda väiksem kui takistus $3R$. Saame võrrandid $\frac{3}{2}R = R_1$ ja $\frac{3}{5}R = R_2$. Nüüd saame leida kahele paralleelselt asetatud takistile vastava ekvivalentse takistuse kummalgi skeemil:

$$\frac{1}{R_{ekv_1}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{R_1} = \frac{1}{3R} + \frac{2}{3R} = \frac{1}{R}$$

$$R_{ekv_1} = R$$

$$\frac{1}{R_{ekv_2}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3R} + \frac{5}{3R} = \frac{2}{R}$$

$$R_{ekv_2} = \frac{R}{2}$$

Saame leida kummalegi skeemile vastavad ekvivalentsed takistused: esimese jaoks

$$R + R_{ekv_1} = 2R$$

ja teise jaoks

$$R + R_{ekv_2} = \frac{3R}{2}$$

Viimase asjana teame, et kuna takistit R läbib mõlemal skeemil sama tugevusega vool, siis patareide pinged peavad olema proportsionaalsed just leitud ekvivalentstakistustega. Seega saame, et esimese patarei pinge U_1 on suurem kui U_2, sest $2R > \frac{3R}{2}$, ning $\frac{U_1}{U_2} = \frac{2R}{\frac{3}{2}R} = \frac{4}{3}$.

7. (*VEE KUUMUTAMINE*) (*10 p.*) Kuna vee temperatuur on pidevalt kuumutades püsivalt $T_1 = 80\,°\mathrm{C}$, ning soojuskadude võimsus on võrdeline temperatuuride vahega, saame kirja panna seose $N = k\Delta T$, kus N on pliidi poolt veele antud võimsus, k on soojuskadusid mõjutav tegur ning $\Delta T = T_1 - T_0$.
Vee temperatuur on madalaim sel hetkel, kui kogu jää on ära sulanud ning jää ja vee temperatuurid on ühtlustunud. Pliit annab selle ajaga veele energia $Q_1 = Nt$, vee jahtumisel eraldub energia $Q_2 = cM(T_1 - T_2)$. Saadud energia kulub jää sulatamiseks $Q_3 = \lambda m$ ning jää temperatuuri tõstmiseks $Q_4 = cm(T_2 - T_{\text{jää}})$. Samuti esinevad soojuskaod $Q_5 = k\Delta T_{kadu}t$, kus $k = N/(T_1 - T_0)$ (esialgsest soojuskadude seosest) ning $\Delta T_{kadu} = \frac{T_1+T_2}{2} - T_0$, kuna keskmine vee temperatuur jahtumise ajal on $\frac{T_1+T_2}{2}$. Nendest seostest saame kirja panna võrrandi

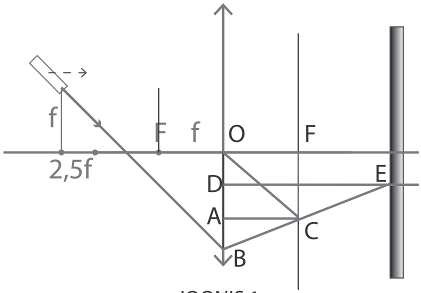
$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4 + Q_5$$

$$Nt + cM(T_1 - T_2) = \lambda m + cm(T_2 - T_{\text{jää}}) + \frac{N}{T_1 - T_0} \cdot \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0\right) \cdot t$$

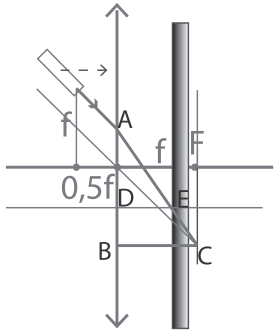
Avaldades sellest võrrandist N, saame et

$$N = \frac{2(T_1 - T_0) \cdot [m(\lambda + c(T_2 - T_{\text{jää}})) + cM(T_2 - T_1)]}{t(T_1 - T_2)} = 192\,\mathrm{W} \approx 0{,}2\,\mathrm{kW}$$

8. (*LASER JA LÄÄTS*) (*12 p.*)



JOONIS 1



JOONIS 2

Leiame ekraani kauguse läätsest alguses (vt. joonis 1).
Sarnastest kolmnurkadest $\triangle ABC$ ja $\triangle DBE$ saame leida ekraani kauguse läätsest (lõik DE). Lõigu DB pikkus on f, kuna OB on 1,5f ning OD on 0,5f. Lõigu AB pikkus on 0,5f, kuna OA = f. Seega

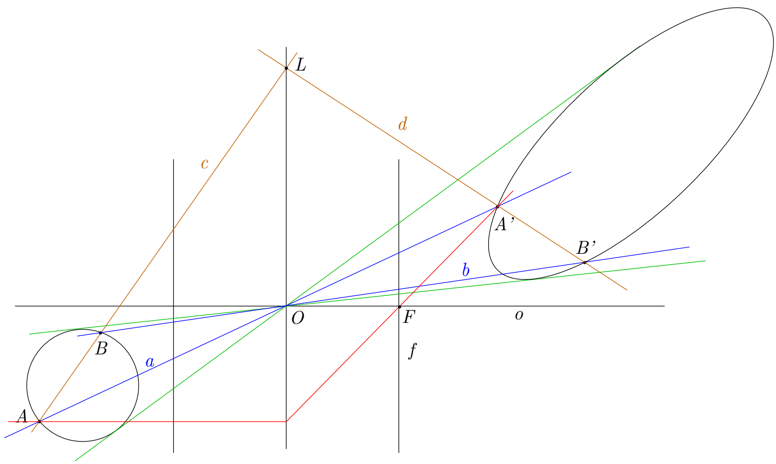
$$\frac{DE}{DB} = \frac{AC}{AB} \quad \Rightarrow \quad \frac{DE}{f} = \frac{f}{0{,}5f} \quad \Rightarrow \quad DE = 2f$$

Leiame ekraani kauguse läätsest pärast laseri nihutamist (vt. joonis 2).
Sarnastest kolmnurkadest $\triangle ABC$ ja $\triangle ADE$ saame leida ekraani kauguse läätsest (lõik DE).

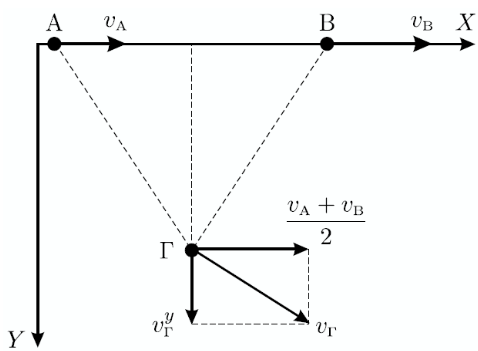
$$\frac{DE}{DA} = \frac{BC}{BA} \quad \Rightarrow \quad \frac{DE}{f} = \frac{f}{1{,}5f} \quad \Rightarrow \quad DE = \frac{2}{3}f$$

Seega pidi ekraani nihutama läätsele lähemale $2f - \frac{2}{3}f = 1\frac{1}{3}f$.
Valgustäppi ei ole võimalik kogu ekraani liigutamise ajal hoida samas punktis, sest kui laserkiir läbib fookust, siis peale läätse läbimist on kiir paralleelne optilise peateljega ning asub optilisest peateljest kaugusel f.

9. (*RING JA ELLIPS*) (*12 p.*) Läätse keskpunkti O leiame kui ringile ja ellipsile tõmmatud puutujate lõikepunkti (puutepunktid peavad olema originaali-kujutise paarid ning neid ühendavad sirged peavad läbima läätse keskpunkti (sirged jooned joonisel). Läätse tasandi leidmiseks valime ringil kaks punkti A ja B ning leiame nende kujutised ellipsil sirgete AO ja BO ning ellipsi lõikepunktidena, olgu need A' ja B', vt joonis. Kui originaal on ringi kahest lõikepunktist see, mis asub läätsest kaugemal, siis kujutis tuleb valida kahest lõikepunktist see, mis on läätsele lähemal (ja vastupidi), sest tõeline kujutis on pööratud tagurpidi. Kiir AB peab murduma läätses kiireks $A'B'$, murdepunkt annab meile punkti L läätsel ning sirge OL on läätse tasandiks. Optilise peatelje o leiame sirgele OL punktist O tõmmatud ristsirgena. Fookuse leidmiseks tõmbame punktist A kiire, mis on paralleelne o-ga ja murdub läätsel punkti A' läbivaks kiireks, lõikepunkt o-ga annab fookuse F.



10. (*LIIKLEJAD*) (*12 p.*)



Antsu, Birgiti ja Gerdi asukohad moodustavad igal ajahetkel võrdhaarse kolmnurga, mille alus lebab Antsu ja Birgiti poolt kasutataval teel (vt. joonis).
Olgu X-telg paralleelne selle teega ning Y-telg sellega risti. Siis järgmised võrrandid kirjeldavad liiklejate koordinaatide muutusi:

$$\text{Antsu jaoks:}\quad x_A(t) = x_A^0 + v_A t, \quad y_A(t) = 0;$$

$$\text{Birgiti jaoks:}\quad x_B(t) = x_B^0 + v_B t, \quad y_B(t) = 0;$$

$$\text{Gerdi jaoks:}\quad x_G(t) = \frac{x_A^0 + x_B^0}{2} + \frac{v_A + v_B}{2} t, \quad y_G(t) = y_G^0(t) + v_G^y t.$$

Siin ülemindeksiga “0” tähistame esialgseid koordinaate ning tähtedega A,B,G tähistame suurusi vastavalt Antsu, Birgiti ja Gerdi jaoks. v_G^y on Gerdi kiiruse projektsioon Y teljele. Seos $x_G(t)$ jaoks on tuletatud asjaolust, et Gerd on alati võrdhaarse kolmnurga tipus, mis on vastamisi kolmnurga alusega. Siit järeldub, et Gerdi kiiruse projektsioon X-teljele on $\frac{v_A+v_B}{2}$.
Me teame Gerdi kiiruse suurust, millesse panustavad selle komponendid:

$$v_G^2 = \left(\frac{v_A + v_B}{2}\right)^2 + (v_G^y)^2$$

Seetõttu Gerdi kiiruse projektsioon Y-teljele on

$$v_G^y = \sqrt{v_G^2 - \left(\frac{v_A + v_B}{2}\right)^2}.$$

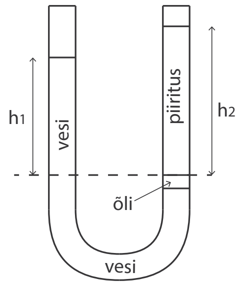
Nüüd me teame Gerdi kiiruse mõlemaid projektsioone, ning saame leida tema kiiruse Birgiti suhtes. Kasutades Pythagorase teoreemi kiiruste kolmnurga jaoks, leiame, et

$$v_{suht}^2 = \left(v_A - \frac{v_A + v_B}{2}\right)^2 + (v_G^y)^2.$$

Asendades v_G^y saame

$$v_{suht} = \sqrt{v_G^2 - v_A \cdot v_B} = 15\,\mathrm{km/h}.$$

E1.(*U-TORU*)(*10 p.*) Täidame U-toru poolenisti veega ning lisame ühte U-toru harusse õhukese kihi toiduõli. Toiduõli lisamine on vajalik, et vesi ja piiritus ei saaks omavahel seguneda Nüüd lisame ettevaatlikult õli peale piiritust. Piirituse samba kõrgus peaks olema vähemalt 5 cm. Kuna toiduõli kiht on võrreldes piirituse kihiga väga väike, siis võib selle jätta arvestamata (lisada piirituse nivoo juurde).



$$p_p = p_v \quad \Rightarrow \quad \rho_p g h_2 = \rho_v g h_1 \quad \Rightarrow \quad \rho_p = \rho_v \frac{h_1}{h_2} \approx 0{,}8\,\mathrm{g/cm^3}$$

E2.(*TOPS*)(*14 p.*) Paneme topsi kaldpinnale ja suurendame kallet niikaua kuni tops ümber kukub. Mõõdame sel hetkel kaldpinna otste kõrguste vahe h (joonisel $|EF| = h$). Mõõdame topsi alumise serva diameetri d (täpsemalt: toetuspinnaga moodustuva kontaktjoone välise diameetri), joonisel $d = 2|AO|$. Tops kukub ümber, kui massikeskme vertikaalprojektsioon läheb kontaktjoonest väljapoole, piirjuhul on see otse kontaktjoone kohal, vt joonist. Seetõttu on joonisel $\angle ACO = \angle EBF$ vastavalt ristuvate külgede tõttu ning seega on kolmnurgad ACO ja EBF sarnased. Seega otsitav kõrgus $|OC| = |BF| \cdot |AO|/|EF| = \sqrt{L^2 - h^2}d/2h$, kus L on laua pikkus $|BE|$ (samuti mõõdame üle).