Eesti koolinoorte 54. füüsikaolümpiaad

27. jaanuar 2006. a. Piirkondlik voor

Gümnaasiumi ülesannete lahendused

Eessõna

Käesoleval lahendustelehel on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindega. Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem juhindudes juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5 p.; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga) kuni 50% (sisuline viga).

1. ülesanne (*HOBUNE*)

Vaba langemise aeg

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{9{,}81}} \approx 0{,}78 \text{ s}.$$

Seega otsitav kaugus $s = vt = 10 \cdot 0{,}78 = 7{,}8$ m.

<u>*Hindamine*</u>:

Vaba langemise aja leidmine — [**3 p.**]; hobuse poolt läbitud vahemaa leidmine — [**2 p.**]; õige numbriline vastus — [**1 p.**].

2. ülesanne (*UMMIK*)

Lõigul C on teatud punkti ajaühikus läbivate autode arv N_C võrdne lõikude A ja B vastavate arvude summaga: $N_C = N_A + N_B$ [**2 p.**]. Olgu autode vahemaa a ja vaadeldav ajavahemik τ. Siis $N_i = v_i\tau/l$ [**2 p.**] ehk

$$\frac{v_C\tau}{l} = \frac{v_A\tau}{l} + \frac{v_B\tau}{l} \quad \Rightarrow \quad v_C = v_A + v_B. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Et $v_B = L_B/t_B$ [**0,5 p.**], siis toodud arvude põhjal leiame

$$v_B = \frac{3\ \mathrm{km}}{36\ \mathrm{min}} = 5\ \mathrm{km/h}$$

ning seega $v_C = 8$ km/h. Lõpetuseks, $t_A = L_A/v_A$ [**0,5 p.**] (mis annab 20 min) ja $t_C = L_C/v_C$ [**0,5 p.**] (mis annab 15 min). Niisiis kulub autol aega $T = t_A + t_C$ [**0,5 p.**], mis annab lõppvastuseks 35 min [**1 p.**].

3. ülesanne (*VEDELIKE SEGAMINE*)

Olgu vedelike tihedused vastavalt ρ_1 ja ρ_2 ning erisoojused c_1 ja c_2. Olgu otsitav temperatuur t_4. Paneme kirja energia jäävuse võrrandid mõlema segu jaoks:

$$\begin{cases} \rho_1 V c_1(t_3 - t_1) = \rho_2 V c_2(t_2 - t_3) \\ 2\rho_1 V c_1(t_4 - t_1) = \rho_2 V c_2(t_2 - t_4) \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{cases} \rho_1 c_1(t_3 - t_1) = \rho_2 c_2(t_2 - t_3) \\ 2\rho_1 c_1(t_4 - t_1) = \rho_2 c_2(t_2 - t_4) \end{cases}$$

Korrutame esimese võrrandi vasaku poole läbi teise võrrandi parema poolega:

$$\rho_1 c_1 \rho_2 c_2\,(t_3 - t_1)(t_2 - t_4) = 2\rho_1 c_1 \rho_2 c_2\,(t_4 - t_1)(t_2 - t_3),$$

$$(t_3 - t_1)(t_2 - t_4) = 2\,(t_4 - t_1)(t_2 - t_3).$$

Siit avaldame t_4:

$$t_4 = \frac{t_1 t_2 + t_2 t_3 - 2t_1 t_3}{2t_2 - t_1 - t_3} = 39\ ^\circ\mathrm{C}.$$

<u>*Hindamine*</u>

Energia jäävuse võrrandite kirjapanek. [**4 p.**] Teisenduste tegemine ning avaldise otsitava temperatuuri jaoks saamine. [**3 p.**] Õige arvulise vastuse andmine. [**1 p.**]

4. ülesanne (*TUUKRID*)

Oletame, et tuuker pumpas pinna lähedal vesti õhku, mille ruumala oli V_0. Vee pinna lähedal oli rõhk võrdne välisrõhuga [**1 p.**]. Sukeldudes 25 m sügavusele, suureneb rõhk $\Delta p = \rho g h$ võrra [**1 p.**]. Summaarne rõhk sellel sügavusel on seega

$$p = p_0 + \Delta p = p_0 + \rho g h. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Võrdusest $pV = p_0 V_0$ [**1 p.**] leiame, et

$$\frac{V_0}{V} = \frac{p}{p_0} = \frac{p_0 + \rho g h}{p_0} = 3{,}45. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Seega, vestis oleva õhu ruumala *väheneb* endisega võrreldes 3,45 korda [**1 p.**]. Järelikult on vaja selle sügavusel suurendada õhu ruumala 3,45 korda, et saavutada hõljumine [**1 p.**].

5. ülesanne (*TUULIK*)

Tiiviku poolt haaratav pindala on

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}],$$

mis annab numbriliselt $S \approx 1963$ m^2. Ajavahemikus Δt kandub läbi selle pinna õhumass $m = vS\rho\Delta t$ [**2 p.**], mille kineetiline energia on

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{S\rho\Delta t v^3}{2} \quad [\mathbf{2\ p.}],$$

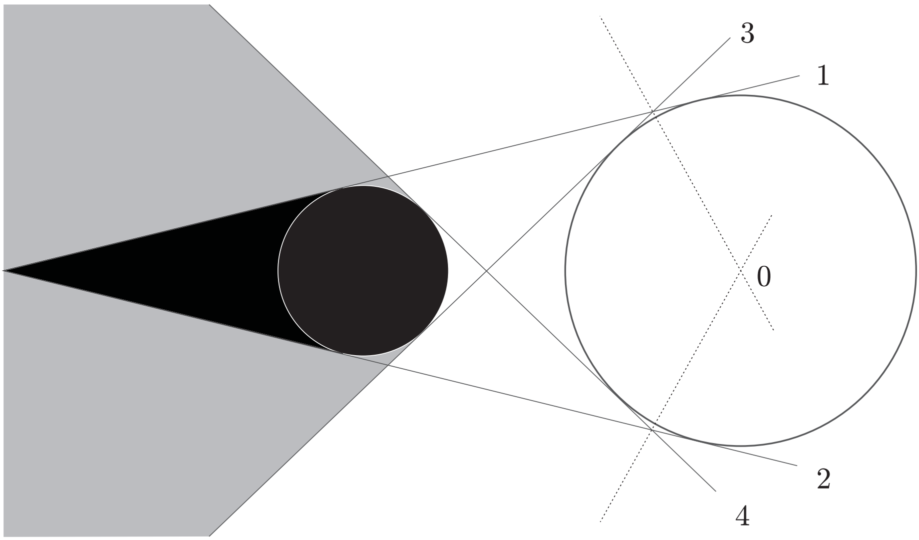
millele vastab võimsus $P_0 = S\rho v^3/2$ [**2 p.**]. Elektriks õnnestub muundada osa η sellest:

$$P = \eta P_0 = \frac{\eta S \rho v^3}{2} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}],$$

mis annab numbrilselt $S \approx 372$ kW [**1 p.**].

6. ülesanne (*VARJUD*)

Kanname joonisele varjukoonuste piirjoonte pikendused (sirged **1-4**). Valgusallikaks oleva kera lõikejoon joonise tasandiga on ringjoon, mille puutujateks on kõik need sirged. Selle keskpunkti leidmiseks konstrueerime sirgete **1-3** ja **2-4** poolt moodustatud nurkade poolitajad (punktiirjooned joonisel), nende lõikepunkt **0** on otsitava ringjoone keskpunktiks. Ringi raadiuse leidmiseks konstrueerime punktist **0** mõnele sirgetest **1-4** keskristssirge.



<u>*Hindamine*</u>

Joonistatud välja varjukoonuste piirjoonte pikendused — [**3 p.**]. Joonistatud välja ringjoon, mille puutujateks on need pikendused — [**3 p.**]. Jooniselt on nähtav või lahenduse tekstis on selgitatud moodus ringi keskpunkti asukoha leidmiseks — [**4 p.**]. Korrektselt leitud keskpunkti korral tohib raadiuse leida ka proovimise teel, st täpse geomeetrilise konstruktsiooni (nt antud punktist antud sirgele ristlõigu konstrueerimine) eest lisapunkte ei anta.

7. ülesanne (*TAKISTI*)

Traadi ja pulga takistused pikkusühiku kohta on vastavalt $r_r = \rho_r / s =$

3,2 Ω/m ja $r_g = \rho_g/S = 10$ Ω/m [**2 p.**][1]. Olgu traadi ja pulga pikkused vastavalt l_r või l_g ja me arvestame temperatuurisõltuvust, siis takistused on vastavalt

$$R_r = l_r r_r (1 + \alpha_r \Delta T) \quad \text{ja} \quad R_g = l_g r_g (1 + \alpha_g \Delta T). \quad [\mathbf{2\ p.}]^2$$

Järjestikühenduse korral on summaarne taksitus

$$R = (l_r r_r + l_g r_g) + (l_r r_r \alpha_r + l_g r_g \alpha_g)\Delta T. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Temperatuurisõltuvus on minimaalne (lineaarses lähenduses olematu), kui

$$l_r r_r \alpha_r + l_g r_g \alpha_g = 0. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Sellisel juhul on takistus

$$R = l_r r_r + l_g r_g. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Nendest kahest võrrandist saame avaldada l_r ja l_g: esimesest võrrandist leiame $l_r r_r = -l_g r_g \alpha_g/\alpha_r$, mille asendamisel teise saame

$$R = l_g r_g \left(1 - \frac{\alpha_g}{\alpha_r}\right) \quad \Rightarrow \quad l_g = \frac{R\alpha_r}{r_g(\alpha_r - \alpha_g)} \approx 5{,}6 \text{ cm}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Analoogselt

$$l_r = \frac{R\alpha_g}{r_r(\alpha_g - \alpha_r)} \approx 13{,}6 \text{ cm}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Märkus: Võib kasutada ka rööpühendust; sel juhul liituvad takistuste pöördväärtused, kusjuures võime lugeda, et $1/(1 + \alpha\Delta T) \approx 1 - \alpha\Delta T$. Seetõttu saame võrranditeks

[1] üks valem, näiteks ainult raua jaoks, [**1,5 p.**]; sama skeem kehtib siis, kui valemid on antud kujul $R_r = l_r\rho_r/s$, $R_g = l_g\rho_g/S$. Numbrilised väärtused võivad siinkohas puududa

[2] üks valem, näiteks ainult raua jaoks, [**1,5 p.**]

$$\frac{1}{l_r r_r} + \frac{1}{l_g r_g} = \frac{1}{R} \quad \text{ning} \quad \frac{\alpha_r}{l_r r_r} + \frac{\alpha_g}{l_g r_g} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$l_g = \frac{(\alpha_r - \alpha_g)\,R}{\alpha_r r_g} \approx 17{,}8\ \text{cm}, \quad l_r = -\frac{(\alpha_r - \alpha_g)\,R}{\alpha_g r_r} \approx 71\ \text{cm}.$$

Hindamisskeem on analoogne: rööpühenduse valemi eest, mis sisaldab temperatuurisõltuvust — [**1 p.**]; tingimus, et rööpühenduse takistus toatemperatuuril on $R = 1\ \Omega$ — [**1 p.**]; tingimus, et summaarne takistus ei sõltu lineaarses lähenduses temperatuurist — [**2 p.**]; võrrandisüsteemi lahendamine koos numbrilise vastusega — [**2 p.**].

8. ülesanne (*KONDENSAATORIREDEL*)

Lõpmatust ahelast ühe lüli eemaldamisega mahtuvus ei muutu [**3 p.**]. Seetõttu võime tervet ahelat vaadelda kui jadaühendust C-st ning C ja C_k paralleelühendusest [**2 p.**][3]. Seega saame, kasutades veel asjaolu, et jadaühenduses liituvad mahtuvuse pöördväärtused [**1 p.**] ning rööpühenduses mahtuvused ise [**1 p.**], võrrandi:

$$C_k = \frac{1}{1/C + 1/(C + C_k)}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Teisendades, jõuame ruutvõrrandini:

$$C_k^2 + CC_k - C^2 = 0. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Seda lahendades, saame:

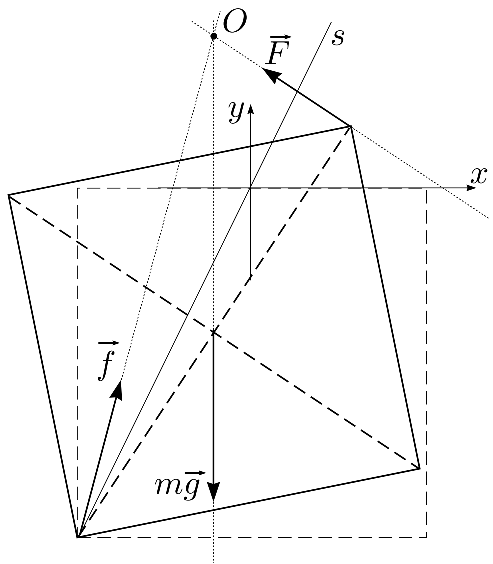
$$C_k = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} C \approx 0{,}6\,C. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Negatiivse lahendi heitsime kõrvale.

[3]Seda pole vaja sõnades välja öelda, kui võrrand on õige.

9. ülesanne (*KUUBIK*)

Ülesande lahendamine jaguneb kaheks osaks: (A) kas antud jõust piisab üle serva kantimiseks; (B) ega klots seejuures libisema ei hakka. Analüüsides oletame, et klots on juba kallutatud teatud nurga φ ($0 \leq \varphi \leq 45°$) võrra; seejuures selgub, et $\varphi = 0$ on kõige ohtlikum olukord. Alternatiiv oleks väita intuitiivselt, et ohtlikuim on olukord $\varphi = 0$ ning uurida ainult seda juhtumit; sellisel juhul saab punkte vähem, ainult 10 p. (vt vastav lahendus koos hindamisjuhendiga allpool).



Täielik analüüsiga lahendus, kokku 12 p.

(A) Vaatleme jõumomentide tasakaalu toetava nurga suhtes [**1,5 p.**]. Kompenseerimist vajab raskusjõu moment $M_{1\,\max} = Fa\cos(45°)\cos(\varphi + 45°)$, mille maksimaalväärtus on

$$M_{1\,\max} = \frac{mga}{2} \quad [\mathbf{1\ p.}], \quad M_{1\,\max} = \frac{10 \cdot 9{,}8 \cdot 0,1}{2} = 4{,}9\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}].$$

Rakendatav jõud annab seda suurema momendi, mida suurem on õlg; õla maksimaalne pikkus ei sõltu nurgast φ ning on alati $l = a\sqrt{2}$ [**1 p.**]. See väärtus saavutatakse siis, kui jõud on rakendatud maha toetuva serva suhtes vastasserva külge ning on risti ruudu diagonaaliga [**0,5 p.**] (see asjaolu peab olema kas kirjas või joonisel selgelt nähtav). Seega on antud jõu abil alati võimalik tekitada raskusjõudu kompenseeriv moment väärtusega kuni

$$M_2 = Fl = Fa\sqrt{2} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}],$$

numbriliselt $M_2 = 40 \cdot 1{,}4 \cdot 0,1 = 5{,}6\ \mathrm{N \cdot m}$ [**0,5 p.**]. Näeme, et $M_{1\,\max} < M_2$, st antud jõud on piisav kuubi keeramiseks [**0,5 p.**].

Märkus: kui eeldatakse, et rakendatav jõud on vertikaalne (risti maas lebava tahuga), siis M_2 arvutamise ja $M_{1\,\max}$ ning M_2 võrdlemise eest punkte ei saa.

(B) Vaatleme jõudude tasakaalu raskusjõu $m\vec{g}$ ja rakendatud jõu $\vec{F}$ pikenduste lõikepunkti O suhtes, vt joonis [**2,5 p.**]. Aeglasel pööramisel on jõud tasakaalus, st hõõrdejõu ja toereaktsiooni resultantjõud $\vec{f}$ peab minema samuti läbi selle punkti [**1 p.**]. Et hõõrdetegur $\mu = 0{,}5$, siis nurk toetuspinna normaali (st vertikaalsihi) ja jõu $\vec{f}$ vahel ei tohi olla suurem, kui $\arctan \mu$, st jõud $\vec{f}$ ei tohi olla vähem püstine, kui sirge s [**1,5 p.**]. Nii see ka tõepoolest on, sest punkt O jääb alati piirkonda $x \leq 0$ ja $y > 0$ [**1 p.**].

Alternatiivlahendus osa (B) jaoks. Meil on vaja tõestada, et aeglasel pööramisel kehtib kogu aeg võrratus

$$|F_x| = F\cos(45^\circ - \varphi) \leq N\mu,$$

kus N on laua toereaktsioon [**1 p.**]. Paneme tähele, et vertikaalsest tasakaalutingimusest

$$N = mg - |F_y| = mg - F\sin(45^\circ - \varphi). \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Me kasutame osast (A) teada olevat asjaolu, et kui hõõrdumist ei oleks, siis tasakaalu tagava jõu jaoks kehtib võrratus $F < F_{\max}$, seda asjaolu kasutame alljärgnevalt võrratuste ümber kirjutamisel.

Meile piisaks, kui suudaksime tõestada, et

$$\mu\left[mg - F_{\max}\sin(45^\circ - \varphi)\right] \geq F_{\max}\cos(45^\circ - \varphi), \tag{1}$$

sest sellisel juhul

$$N\mu = \mu[mg - F\sin(45^\circ - \varphi)] \geq \mu[mg - F_{\max}\sin(45^\circ - \varphi)] \geq$$

$$\geq F_{\max}\cos(45^\circ - \varphi) \geq F\cos(45^\circ - \varphi) = |F_x| \quad [\mathbf{2\ p.}],$$

st tõepoolest $N\mu \geq |F_x|$. Võrratuse (1) tõestamiseks kirjutame selle ümber ekvivalentsel kujul

$$1 \geq \frac{F_{\max}}{\mu mg}[\mu\sin(45^\circ - \varphi) + \cos(45^\circ - \varphi)],$$

mis tõepoolest kehtib, sest

$$\frac{F_{\max}}{\mu mg}[\mu\sin(45^\circ - \varphi) + \cos(45^\circ - \varphi)] =$$

$$= \frac{F_{\max}\sqrt{\mu^2+1}}{\mu mg}\sin\left(45^\circ - \varphi + \arcsin\left[(\mu^2+1)^{-1}\right]\right) \leq$$

$$\leq \frac{F_{\max}\sqrt{\mu^2+1}}{\mu mg} = \frac{40\ \mathrm{N}\cdot\sqrt{5/4}}{49\ \mathrm{N}} \approx 0{,}91 < 1. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Lahendus, kus uuritakse ainult algolukorda ($\varphi = 0$), kokku 10 p.

(A) Vaatleme jõumomentide tasakaalu nurga suhtes, mille ümber pöörlemine peaks olema [**1,5 p.**]. Kui rakendada jõudu ülemisest servast suunaga risti kuubiku külje diagonaaliga [**1 p.**], siis on lükkava jõu õlg $l = a\sqrt{2}$ [**0,5 p.**] ja rakendatav jõumoment

$$M_1 = Fl = Fa\sqrt{2} \approx 5{,}6\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}, \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

samas kuubiku gravitatsioonijõust tulenev vastassuunas pöörav jõumoment on

$$M_2 = \frac{mga}{2} = 4{,}9\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Näeme, et $M_1 > M_2$, st antud jõud on piisav kuubi keeramiseks [**0,5 p.**].

(B) Et kuubik libisema ei hakkaks, peab hõõrdejõud olema suurem, kui laua sihis olev lükkava jõu komponent F_x [**1 p.**]. Viimane võrdub

$$F_x = \frac{F}{\sqrt{2}} \approx 28 \text{ N.} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Arvutame nüüd hõõrdejõu. Laua toereaktsioon on

$$N = mg - F_y = mg - F/\sqrt{2}, \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

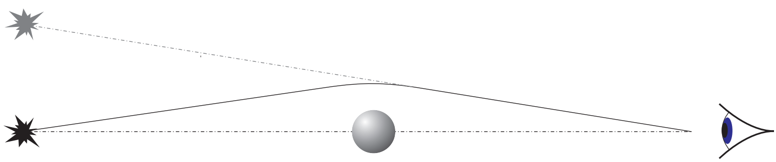
järelikult hõõrdejõud võrdub

$$F_h = \mu N = \mu \left(mg - \frac{F}{\sqrt{2}} \right) \approx 35 \text{ N.} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Seega $F_x < F_h$ ja kuubik libisema ei hakka [**0,5 p.**].

10. ülesanne (*GRAVITATSIOONILÄÄTS*)

Tähest väljunud kiired kõverduvad musta augu lähiümbruses (vt. joon.).

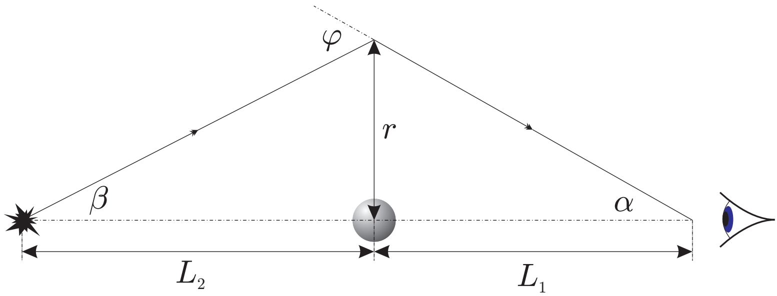


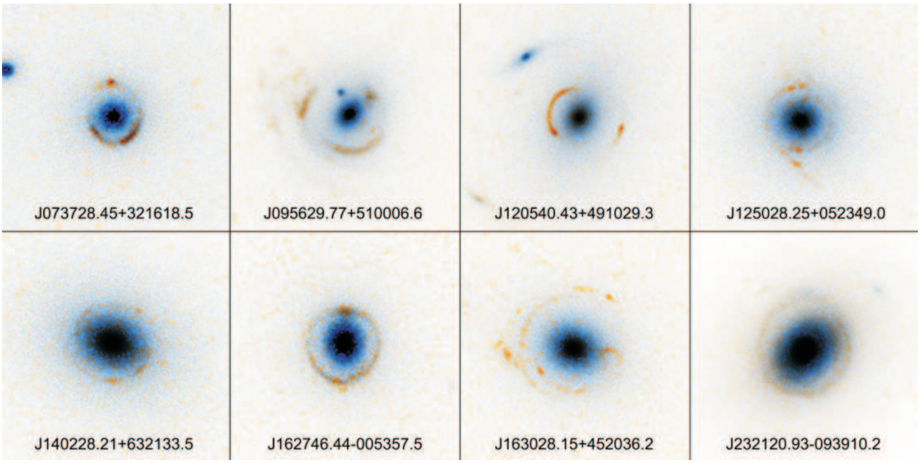
Kujutise konstrueerimisel aga eeldatakse, et kiired on kogu tee otse liikunud. Et kiired jõuavad vaatlejani kõikjalt ümber musta augu, on kujutiseks ringjoon (eeldusel, et täht on punkt).

Et silmani jõudvate kiirte jaoks $r \ll L$ ning trajektoori kõverdumine toimub tähe lähiümbruses, võib vaadelda kiire teekonda lihtsustatult: sirge liikumine musta auguni, hetkeline nurga muutus musta augu juures ning edasi sirge tee vaatlejani (vt. joon.). Joonisel arusaadavalt on vertikaalskaala võrreldes horisontaalskaalaga oluliselt välja venitatud.

Kvalitatiivselt õige joonis (pikad sirged lõigud silma ja tähe juures ning murdumine musta augu läheduses) — [**2 p.**]. Järeldus, et kujutis on ringjoon: [**4 p.**].

Järgnevalt leiame tähe nurkdiameetri. Lihtsast geomeetriast järeldub, et $\alpha + \beta = \varphi$ [**1,5 p.**]. Kaugused on suured ning nurgad väikesed, seega võime kasutada ligikaudseid valemeid $\alpha = r/L_1$ ja $\beta = r/L_2$ [**1+0,5 p.**]. Niisiis





Joonis 1: Pildil on toodud mõned gravitatsiooniläätsede poolt mõjutatud tähtede kujutised, mis on saadud Hubble'i kosmoseteleskoobi abil.

$$\frac{r}{L_1} + \frac{r}{L_2} = \frac{4GM}{c^2 r} \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{4GML_1L_2}{c^2(L_1+L_2)}}. \quad \textbf{[1 p.]}$$

Tähe kujutise nurkdiameeter on

$$\gamma = \frac{2r}{L_1} = \sqrt{\frac{4GML_2}{c^2 L_1(L_1+L_2)}}. \quad \textbf{[2 p.]}$$

E1. ülesanne (*KATSEKLAAS*)

Katseklaasi tuleb panna natuke vett, et see ujuks vertikaalasendis ja mõõta sisemise ning välimise veenivoo vahe Δh ning katseklaasi diameeter d. Siis võrdub katseklaasile mõjuv raskusjõud talle mõjuva üleslükkejõuga. Arvestades, et katseklaasis oleva vee panus on mõlemasse ühesugune, saame

$$m_k g = \rho_v V g \quad \Rightarrow \quad m_k = \rho_v V = \frac{\pi \rho_v d^2 \Delta h}{4}.$$

Siin m_k on katseklaasi mass ja ρ_v — vee tihedus.

<u>*Hindamine*</u>

Idee — [**2 p.**], katseklaasi diameetri mõõtmine — [**1 p.**], ühekordne katse läbiviimine ja nivoode vahe mõõtmine — [**1 p.**], arvutused — [**2 p.**], korduvad katsed (vähemalt 3 korda) — [**1 p.**], piisavalt täpne lõppvastus — [**1 p.**].

Võimalik vale lahenduskäik:

Paneme anumasse vett ja mõõdame veenivoo h_0 selles. Asetame katseklaasi anumasse ilma katseklaasi vett lisamata. Mõõdame anuma diameetri d_0 ja uue veenivoo anumas h_1. Siis oletades, et katseklaasi raskusjõu ja üleslükkejõu tasakaalu tõttu võrdub katseklaasi mass väljatõrjutud vee massiga, saame

$$m_k = \rho_v V = \frac{\pi \rho_v d_0^2 \left(h_1 - h_0\right)}{4}.$$

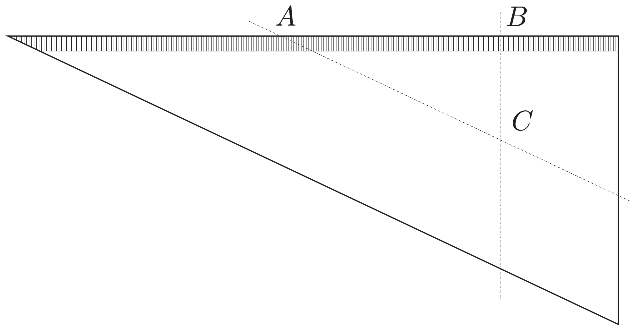
Tegelikkuses, kui katses katseklaasi vett mitte panna, kukub ta pikali. Lisaks raskusjõule ja üleslükkejõule mõjub talle siis ka hõõrdejõud anuma seina poolt. Sel juhul aga massi määramiseks arvutusi teha pole enam võimalik, mistõttu sellist lahendust ei saa lugeda õigeks.

<u>*Hindamine*</u> (kokku 4 p.)

Idee — [**1 p.**], katse teostamine ja mõõtmised — [**1 p.**], arvutused — [**1 p.**], korduvad katsed (vähemalt 3 korda) — [**1 p.**].

E2. ülesanne (*KOLMNURK*)

1) Asetame kolmnurga laua servale, nii et skaalaga kaatet ristuks laua servaga. Nüüd liigutame kolmnurka üle laua serva, kuni kolmnurk kukub üle laua ääre. Siin tuleb leida viimane punkt, kus joonlaud veel ei kuku alla. Nüüd teame massikeskme x-koordinaati (eeldasime, et gradueeritud on pikem kaatet; kui skaala on lühemal kaatetil, siis saime teada massikeskme y-koordinaadi). [**2 p.**][4]



2) Kuna kolmnurga teine kaatet on skaalata, siis ei saa massikeskme teist koordinaati leida analoogiliselt x-koordinaadi määramisele. Nüüd asetame kolmnurga laua servale, nii et hüpotenuus on paralleelne laua servaga. Liigutame kolmnurka üle laua serva, kuni kolmnurk kukub üle laua ääre alla. Siin tuleb jällegi leida viimane punkt, kus joonlaud veel ei kuku alla. Kolmnurga skaalaga küljelt leiame, kui kaugel on massikese nullpunktist. [**3 p.**][5]

Leiame massikeskme y-koordinaadi selle järgi, kui kaugel asub massikese nullpunktist. Teeme joonise ja kanname sinna kaks joont, millest esimene kujutab massikeskme x-koordinaati ja teine kaugust hüpotenuusist. Esimese joone lõikepunkt x-teljega on punkt B ja teise joone lõikepunkt x-teljega on punkt A. Massikese asub nende kahe joone lõikepunktis [**1 p.**]. Näeme, et tekkis joonlauaga sarnane kolmnurk ABC, mille lühem külg BC ongi massikeskme y-koordinaat: $BC = AB \tan 30^\circ \approx 0{,}57\, AB$. Lõigu AB pikkus on katses mõõdetud kauguste erinevus. [**2 p.**]

<u>*Märkus*</u>: Abivahendeid kasutades saaks y-koordinaati määrata ka teisiti:

[4] Ühekordne katse teostamine.
[5] Ühekordne katse teostamine.

– Joonistame kolmnurga skaala paberile. Asetame kolmnurga laua servale, nii et skaalaga kaatet oleks paralleelne laua servaga. Toimides nii, nagu osas 1), ning kasutades paberit mõõtevahendina, leiame y-koordinaadi.

– Asetame kolmnurga laua servale, nii et skaalaga kaatet oleks paralleelne laua servaga. Liigutame kolmnurka üle laua serva ja leiame viimase punkti, kus joonlaud veel ei kuku alla. Märgime vastava koha laual sõrmega ja mõõdame kolmnurga abil sõrme kauguse laua servast. See annabki y-koordinaati. Selline sõrme kasutamine ei kuulu tema tavapäraste funktsioonide hulka, vaid ta esineb abivahendi rollis.

Taoliste meetodite korral anda kogu osa 2) eest ainult **2** punkti.

3) Katsete kordamine vähemalt kolm korda — [**1 p.**].

4) Õige ja üheselt mõistetav vastus — [**1 p.**].