Eesti koolinoorte 56. füüsikaolümpiaad

17. jaanuar 2009. a. Piirkondlik voor. Gümnaasiumi ülesannete lahendused

Eessõna

Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindega. Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem, juhindudes juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga) kuni 50% (sisuline viga).

1. ülesanne (*VÄIKE PRINTS*)

Kui väike prints kõnnib piki asteroidi ekvaatorit, mõjub talle gravitatsioonijõud, mis põhjustab kesktõmbekiirendust. Kaalugu väike prints m kilogrammi. Newtoni II seaduse põhjal

$$m\frac{v^2}{R} = G\frac{mM}{R^2} \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{GM}{R}. \quad [\mathbf{3\ p.}] \tag{1}$$

Asteroidi mass pole teada, kuid teada on asteroidi tihedus. Kui asteroidi raadius on R, siis on asteroidi ruumala $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ja mass

$$M = \rho V = \frac{4}{3}\pi\rho R^3. \quad [\mathbf{1{,}5\ p.}] \tag{2}$$

Asendame massi valemist (2) valemisse (1).

$$v^2 = \frac{GM}{R} = \frac{G}{R}\cdot\frac{4}{3}\pi\rho R^3 = \frac{4}{3}\pi\rho G R^2.$$

Siit avaldame asteroidi raadiuse:

$$R = v\sqrt{\frac{3}{4\pi\rho G}} = \frac{v}{2}\sqrt{\frac{3}{\pi\rho G}} = 5\ \text{km}. \quad [\mathbf{1{,}5\ p.}]$$

2. ülesanne (*MÜRSK*)

Tähistame mürsu kiiruse lagunemishetkel v-ga. Vahetult pärast lagunemist peab ühe poole kiirus olema samuti v, kuid vastassuunaline [**1 p.**]. Olgu teise osa kiirus sel hetkel u. Impulsi jäävuse tõttu

$$Mv = \frac{M}{2}u - \frac{M}{2}v, \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

millest $u = 3v$ [**1 p.**]. Vahetult pärast lagunemist kuulidel vertikaalne kiiruskomponent puudub, seetõttu võtab kummagi tüki langemine võrdselt aega [**1 p.**]. Teine tükk maandub kahurist kaugusele $L + 3L = 4L$ [**1 p.**].

3. ülesanne (*TERMOS*)

Olgu c_x otsitav erisoojus.

Vaatleme esimest juhtu, kus termoses oli algselt külmem vesi. Kuna külmem vesi oli termosega soojuslikus tasakaalus, siis oli ka termose temperatuur t_1. Temperatuuride ühtlustumisel annab soojem vesi energiat ära. Külmem vesi ja termos saavad energiat juurde. Paneme kirja soojusliku tasakaalu võrrandi:

$$m_1c(T_1 - t_1) + mc_x(T_1 - t_1) = m_2c(t_2 - T_1) \tag{1}$$

Vaatleme teist juhtu, kus termoses oli algselt soojem vesi. Kuna soe vesi oli termosega soojuslikus tasakaalus, siis oli ka termose temperatuur t_2. Temperatuuride ühtlustumisel annavad termos ja soojem vesi energiat ära. Külmem vesi saab energiat juurde. Kirjutame soojusliku tasakaalu võrrandi:

$$m_1c(T_2 - t_1) = m_2c(t_2 - T_2) + mc_x(t_2 - T_2) \tag{2}$$

Lahutame teineteisest võrrandid (1) ja (2).

$$m_1c(T_1 - T_2) + mc_x(T_1 - t_1) = m_2c(T_2 - T_1) - mc_x(t_2 - T_2)$$

Tähistame $T_2 - T_1 = \Delta T$.

$$-m_1c\Delta T + mc_x(t_2 - t_1) = m_2c\Delta T + mc_x\Delta T$$

$$-\Delta Tc(m_2 + m_1) = mc_x(\Delta T + t_1 - t_2)$$

$$c_x = -\frac{\Delta Tc(m_2 + m_1)}{m(\Delta T + t_1 - t_2)} = 930\ \mathrm{J/kg \cdot C}.$$

<u>*Hindamine*</u>: Kui valemites (1) ja (2) ei arvestata termose soojusmahtuvust, siis saab mõlema valemi eest kokku [**2 p.**]. Kui valemites (1) ja (2) arvestatakse termose soojusmahtuvust, siis saab ühe õige valemi eest [**2 p.**] (kahe õige valemi eest kokku **4 p**). õige vastuse eest saab [**2 p.**].

4. ülesanne (*ELEKTRIKÜÜNLAD*)

a) (Kokku **4 p**)

Lambi nimivool on 0,6 W/3 V = 0,2 A [**1 p.**]. 10 lampi tarbivad voolu 10×0,2 A = 2 A [**1 p.**]. Pingelang takistil on 5 V − 3 V = 2 V [**1 p.**]. Järelikult vajalik takistus on 2 V/2 A = 1 Ω [**1 p.**].

b) (Kokku **4 p**)

1 Ω-st takistit kasutades oli voolutugevus ahelas (4 V − 2,3 V)/1 Ω = 1,7 A [**1,5 p.**]. Sellise koormuse tulemusel langes pinge vooluallika klemmidel 1 V võrra, seega alaldi sisetakistus on 1 V/1,7 A = 0,59 Ω [**1,5 p.**]. Järelikult takisti R takistuse optimaalne väärtus oleks 1 Ω − 0,59 Ω = 0,41 Ω [**1 p.**].

5. ülesanne (*AUTO*)

Vedavate rataste ja maa vahel mõjub mingi horisontaalsihiline hõõrdejõud F [**1 p.**]. Jõust ja kiirusest saame auto liikumisse mineva võimsuse $N_l = Fv$ [**3 p.**].

Ratastele mõjub jõumoment Fr [**2 p.**], mille tõttu mootori võimsus $N_m = \omega Fr$ [**2 p.**].

Kasutegur on niisiis

$$\nu = \frac{N_l}{N_m} = \frac{Fv}{F\omega r} = \frac{v}{\omega r}. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Alternatiivselt saame leida mootori võimsuse libisemiseks ja liikumiseks kuluva võimsuse summana. Libisemisse kuluva võimsuse saab avaldada ratta alumisese punkti kiirusest maa suhtes. Ratta alumise punkti kiirus maa suhtes on $v_r = \omega r - v$ [**1 p.**], kus ωr on ratta alumise punkti joonkiirus auto suhtes [**1 p.**]. Kogu võimsus on siis $N_m = N_l + Fv_r = F(v_r + v) = F\omega r$ [**2 p.**].

6. ülesanne (*LIIKUV LAENG*) Esimene impulss annab alguses laengule x-suunalise impulsi $mv_x = qE_x\tau$ [**2 p.**], millest

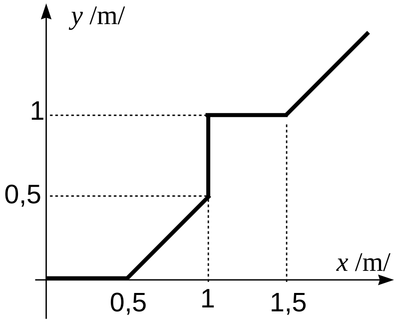
$$v_x = \frac{q}{m}E_x\tau = 1\,\mathrm{m/s}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Ajavahemiku $t_1 = T/4$ jooksul kuni järgmise impulsini jõuab osake liikuda sirgjooneliselt piki x-telge kaugusele

$$s_x = v_xT/4 = 0{,}5\,\mathrm{m}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Seejärel saab ta impulsi y-telje sihis, mistõttu omandab ka kiiruse y-komponent samasuguse väärtuse: $v_y = v_x = 1\,\mathrm{m/s}$ mistõttu ta liigub 45-kraadise nurga all, sooritades kuni järgmise impulsini nii x- kui y-telje sihis nihke $s_x = s_y = 0{,}5\,\mathrm{m}$ [**1 p.**].

Järgmine impulss peatab x-telje sihilise (kuid muutmata y-sihilist) liikumise, nii et osake nihkub nüüd piki y-telge kaugusele $s_y = 0{,}5\,\mathrm{m}$ [**1 p.**]. Järgmine impulss peatab ka x-suunalise liikumise, nii et osake jääb paigale [**1 p.**]. Edasi kordub protsess otsast peale [**0,5 p.**]. Eelpooltoodud tulemuste põhjal saame juuresoleva trajektoori [**1 p.**].



Keskmise kiiruse leiame perioodi jooksul sooritatud nihke $s = \sqrt{1+1}\,\mathrm{m}$ [**1 p.**] ja perioodi $T = 2\,\mathrm{s}$ suhtena, $v \approx 0{,}7\mathrm{m/s}$ [**0,5 p.**].

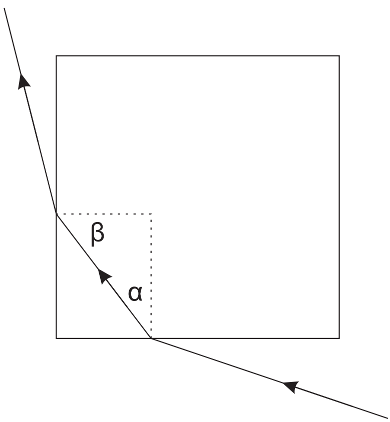
7. ülesanne (*KLAASKUUP*)

Mustaks värvitud tahkudelt valgus peegelduda ei saa, toimub neeldumine. [**1 p.**]

Ülesande tingimus on täidetud, kui värvimata tahust kuupi sisenev valgus ei saa väljuda läbi kõrvaltahu (toimub sisepeegeldus). [**3 p.**]

Sisepeegelduse kriitilise nurga saame murdumisseadusest:

$$\sin\gamma_C = \frac{1}{n}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$



Kiir siseneb kuupi, kui

$$\alpha < \gamma_C. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Langemisnurk kõrvaltahule on $\beta = 90^\circ - \alpha$. Kiir väljub kuubist, kui

$$\beta < \gamma_C \quad \text{ehk} \quad 90^\circ < \gamma_C + \alpha < 2\gamma_C. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Et kiir **ei saaks** kuubist väljuda, peab kehtima:

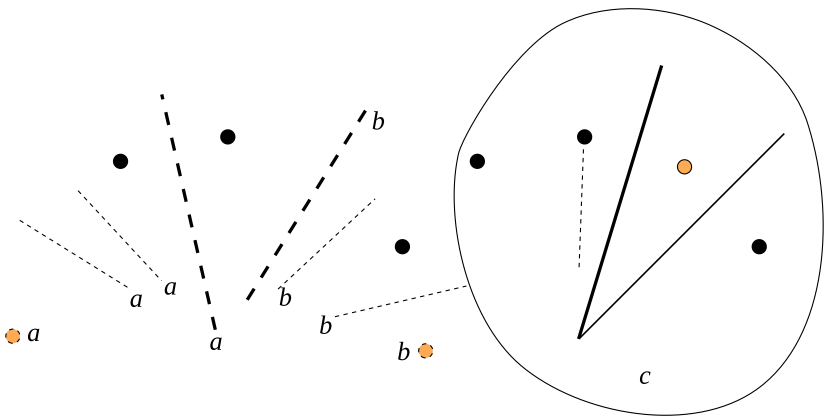
$$\gamma_C < 45^\circ, \quad \text{ehk} \quad n > 1/\sin 45^\circ = \sqrt{2}. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

8. ülesanne (*PEEGLID*)

Ühe peegli (nimetagem seda "esimeseks" peegliks) tasandi saab leida peegelduse S_1 ning selle peegelduse peegelduse S_1' sümmetriateljena [**2 p.**]. Seejuures S_1 on allika S peegelduseks teises peeglis ning kolmas kujutis S_2 on seega allika peegeldus esimeses peeglis. Niisiis, olles leidnud esimese peegli, saame leida ka allika asukoha — kujutise S_2 peegeldusena esimeses peeglis [**2 p.**]. Peale seda saab leida ka teise peegli — S ja S_1 sümmetriateljena [**2 p.**].

Selleks, et määrata, milline kolmest punktist on S_1, milline S_2 ja milline S_1', kasutame tingimust, et originaal peab paiknema kahe peegli vahel [**2 p.**]. Selleks võib lihtsalt läbi proovida kõik 6 kombinatsiooni [**1 p.**]. Õige lõpptulemus annab [**1 p.**].

Tegelikult ei ole vaja kõiki kombinatsioone läbi vaadata (iga õige meetod annab samuti täispunktid). Näiteks: kujutiste paariks S_1 ja S_1' saab olla ainult kaks alumist punkti joonisel, sest vastasel korral jääks valgusallikas kõigi kujutiste suhtes vasakule (joonisel märgitud tähega a) või paremale poole (b), mistõttu mõlemad peeglid jäävad valgusallikast samale poole, kus kolm kujutist (vt joonis).



Niiisiis, esimeseks peegliks on kahe alumise punkti sümmeetriatelg (jäme joon piirkonnas c) ning allikaks ülemise punkti peegeldus selles peeglis. Teine peegel peab olema allika ja parempoolse punkti sümmetriatelg (peen joon piirkonnas c), sest kui see oleks allika ja vasakpoolse punkti sümmetriatelg (punktiirjoon), siis jääks allikas jällegi peeglite vahelt välja.

9. ülesanne (*KORSTEN*)

Ahjusuusse siseneva õhu rõhk on võrdne õhurõhuga ahjusuu kõrgusel p_1 ning korstnast väljuva õhu rõhk on võrdne õhurõhuga korstnasuu kõrgusel $p_2 = p_1 - \rho_0 gh$ [**2 p.**]; ρ_0 tähistab välisõhu tihedust. Seega kehtib Bernoulli seaduse kohaselt seos

$$p_1 = p_2 + \rho gh + \rho v^2/2, \quad [\mathbf{5\ p.}]$$

kus $\rho = T_0\rho_0/T$ [**3 p.**] on õhu tihedus korstnas ning v on otsitav kiirus.

Niisiis,

$$v = \sqrt{2\left(\frac{T_0}{T} - 1\right)gh} \approx 6{,}7\ \mathrm{m/s}. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Märkus 1: Ahjusuhu voolava õhu kiiruse võib lugeda tühiselt väikseks, sest voolava õhuga piirkonna ristlõike pindala on ilmselt hulga suurem korstna ristlõikepindalast.

Märkus 2: Bernoulli seaduse võib tuletada ka energia jäävuse seadusest. Sellisel juhul jaguneb 5 punkti selle tuletamise etappide vahel. Näiteks: välisrõhu töö $A = (p_1 - p_2)V$ [**2 p.**] läheb potentsiaalse energia $\Pi = \rho ghV$ [**1 p.**] ning kineetilise energia $K = \frac{1}{2}\rho v^2$ [**1 p.**] kasvatamiseks. Taandades energia jäävuse seadusest V saamegi Bernoulli seaduse [**1 p.**].

Märkus 3: Samuti tuleb lugeda õigeks impulsibalansi abil saadav tulemus (mis tuleb $\sqrt{2}$ korda väiksem), sest nõuti vaid hindamist; Bernoulli seaduse eest ettenähtud punktid jagatakse vastavalt alljärgnevale alternatiivskeemile.

Sellisel juhul eeldatakse, et hüdrostaatilise tasakaaluga võrreldes suurem rõhk $\Delta p = p_1 - p_2 - \rho gh$ [**2 p.**] annab ajavahemikus t õhumassile $m = \rho Svt$ (kus S on õhuvoo ristlõikepindala) impulsi $\Delta pSt = mv = \rho Sv^2 t$ [**2 p.**]. Suuruste S ja t taandamise järel saame võrduse $p_1 = p_2 + \rho gh + \rho v^2$ [**1 p.**]. (Märkus: erinevus Bernoull'i seadusest tuleneb sellest, et impulsi abil lahendamise eeldustel energia ei säili: osa õhuvoolu energiast kaob hiljem keeriste tekitamise läbi.)

10. ülesanne (*KUUKAABEL*)

a) Maa avaldab kaablile jõudu

$$F_M = Gm_M\lambda\left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{D - r_K}\right),$$

analoogiliselt Kuu,

$$F_K = Gm_K\lambda\left(\frac{1}{r_K} - \frac{1}{D - r_M}\right).$$

Suhe

$$\frac{F_M}{F_K} = \frac{m_M\left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{D-r_K}\right)}{m_K\left(\frac{1}{r_K} - \frac{1}{D-r_M}\right)} \approx 21{,}9.$$

b) Leiame kaablit pingutava jõu $T(x)$ Kuu keskmest mingil kaugusel x. Sellest kaugusest Maa-poolset kaabliosa mõjutavad kolm jõudu: kaabli pinge $T(x)$ ning Maa ja Kuu poolt avaldatavad raskusjõud. (x-st Kuu-poolset osa mõjutab ka otsa Kuu küljes hoidev jõud, selle arvutamiseks pole tarvidust.) Nimetatud jõud on tasakaalus, mistõttu

$$T(x) = G\lambda m_M\left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{D - x}\right) - G\lambda m_K\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{D - r_M}\right).$$

Kaabel katkeks sealt, kus pinge on tugevaim, seega lahendame ekstreemumülesande ja leiame $T(x)$ maksimumi. Seal tuletis $T'(x) = 0$. Kui saame ainult ühe mõistliku lahendi, pole ekstreemumi liigi määramiseks teist tuletist vajagi: teame, et kosmoses on T suurem kui kaabli otstes (taevakehapinnalt kaabliosade eralduspunkti eemaldades kasvab lähema keha tõmme alumisele, "tekkivale" kaablipoolele ilmselt kiiremini kui kahaneb teise keha tõmme ülemisele; osade suhtelised massid muutuvad oluliselt erineva kiirusega), tänu millele (vähemalt) üks maksimum eksisteerib.

$$T'(x) = -\frac{G\lambda m_M}{(D - x)^2} + \frac{G\lambda m_K}{x^2} = 0 \implies x = \frac{D}{1 \pm \sqrt{\frac{m_M}{m_K}}}.$$

Miinusmärgiga lahend on negatiivsena mittefüüsikaline, seega otsitavaks kõrguseks osutub

$$h = \frac{D}{1 + \sqrt{\frac{m_M}{m_K}}} - r_K \approx 36\,200\ \text{km}.$$

Hindamine: *a)* Maa avaldatav jõud — [**1,5 p.**], Kuu avaldatav jõud — [**1,5 p.**], suhe — [**1 p.**].

b) Idee, et katkemispunktis $T(x) = \max$ — [**2 p.**], jõudude tasakaal ja $T(x)$ avaldis — [**3 p.**], teadmine, et ekstreemumis $T'(x) = 0$ — [**0,5 p.**], $T'(x)$ arvutamine — [**1 p.**], võrrandi ($T'(x) = 0$) lahendamine — [**1 p.**], ekstreemumi liigi kindlakstegemine (ükskõik, kas $T''(x)$ abil või muul moel) — [**0,5 p.**].

E1. ülesanne (*KUMMINIIT*)

Elastsusjõud $F_e = k \cdot \Delta l$, kus $\Delta l = (l - l_0)$ on kumminiidi pikenemine [**1 p.**]. (Anda see punkt ka siis, kui avaldis ei ole ilmutatult välja kirjutatud, kuid hiljem õigesti kasutatud).

Kaaluda me mutrit küll saame, aga arvulist tulemust see meile ei anna, vaid ainult suhtelise pikenemise. Seepärast valemist $\rho = m/V$ lähtuda ei anna.

Archimedese seaduse kohaselt väheneb keha kaal vees aga sama palju, kui keha tõrjub vett välja ehk arvuliselt $\rho_{vesi} \cdot V$, kui keha on veest tihedam.

Kaalumine õhus annab:

$$\rho_{mutter} \cdot V_{mutter} \cdot g = k \cdot (l - l_0), \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

kus l_0 on kumminiidilõigu algpikkus ja l on kumminiidi pikkus koormatuna mutriga.

Kaalumine vees omakorda annab:

$$(\rho_{mutter} - \rho_{vesi}) \cdot V_{mutter} \cdot g = k \cdot (l_v - l_0), \quad [\mathbf{1{,}5\ p.}]$$

kus l_v on kumminiidilõigu pikkus mutri kaalumisel vette uputatuna.

Jagades võrrandid omavahel läbi, saame

$$\frac{l - l_0}{\rho_{mutter}} = \frac{l_v - l_0}{\rho_{mutter} - \rho_{vesi}},$$

kust

$$\rho_{mutter} = \frac{l - l_0}{l - l_{vesi}} \cdot \rho_{vesi}. \quad [\mathbf{1{,}5\ p.}]$$

Kõik vajalikud mõõtmised on korralikult teostatud ja dokumenteeritud — [**2 p.**]. Kumminiidi pikkus on valitud nii, et l ulatub pea joonlaua maksimummõõduni — [**1 p.**].
Lõppvastus vahemikus 1,90 – 2,20 g/cm^3 [**2 p.**] või vahemikus kuni 1,80 – 2,30 g/cm^3 [**1 p.**].
(Tallinn: lõppvastus vahemikus 2,15 – 2,35 g/cm^3 [**2 p.**] või vahemikus kuni 2,05 – 2,45 g/cm^3 [**1 p.**])

Mutri ruumala mõõtmise/hindamise eest punkte üldjuhul mitte anda.

Kui õpilane oma lahenduses vaid oletab, et materjal on alumiinium, ning selle põhjal paneb vastuseks $\rho = 2{,}7$ g/cm^3, anda kogu lahenduse eest 1 p.

Vale elastsusjõu valemi kasutamine $F_e = k \cdot l$, kus l on niidi pikkus venitatud olekus — [**max 5 p.**].

Märkus. Konkreetne katse on konkreetse kummi ja selle kummi kindla lõigu puhul hästi korratav (mm täpsusega) ja seega korduvad mõõtmised midagi juurde ei anna.

Märkus 2. Mutri materjali tegelik tihedus on 2,7 g/cm^3, kuid kuna kasutatav mudel ei võta arvesse kõiki faktoreid, on vastus nihkes.

E2. ülesanne (*GALVANOMEETER*)

1) Mõõta vooluallika pinge.
2) Ühendada voltmeeter jadamisi takistiga.
3) Arvutada pingelang tuntud takistil mis on vooluallika pinge miinus voltmeetri näit jadaühenduses takistiga.
4) Ohmi seadusest leida voolutugevus tuntud takistil.
5) Teisendada voltmeetri näit ampritesse.

Hindamine: Iga lahenduse alapunkti korrektse sooritamise eest — [**2 p.**].