Eesti koolinoorte 50. täppisteaduste olümpiaad

Füüsika lõppvoor. 30. märts 2003. a.

Keskkooli ülesannete lahendused

1. ülesanne

Läheme kiirusega $v/2$ liikuvasse süsteemi. Seal on olukord sümmeetriline, ei ole ühtegi eelistatud suunda. See tähendab, et litter jääb antud süsteemis paigale (kuid hakkab ilmselt pöörlema). [Soovi korral võib veenduda ka jõudude tasakaalus: jagame litri mõttelisteks tükkideks, igale pisikesele tükile mõjuv hõõrdejõud on antud tüki ja aluspinna kiirsvektorite vahe sihiline. On lihtne näha, et telje suhtes sümmeetrilistele tükkidele mõjuvad vastassuunalised jõud, mis annavad summas nulli.] Seega laboratoorses süsteemis on litri kiirus $v/2$.

2. ülesanne

Korgi ja seina vaheline pindala on alguses $S_0 = l\pi d$. Alguses on korgi rõhumisjõud vastu seina: $N_0 = pS_0$. Pudelikaela ja korgi vaheline hõõrdejõud, kui kork on pudelikaelas (see on maksimaalne):

$$F_0 = N_0\mu + \frac{p_0 d^2}{4} = \pi d \left(\mu p l + \frac{p_0 d}{4}\right) \approx 180 \text{ N},$$

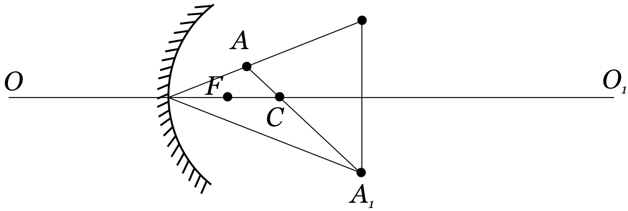
kus p_0 on õhurõhk. Kui korki hakata välja tõmbama, siis hõõrdejõud jõud väheneb nullini ja on lineaarses sõltuvuses nihkest (võrdeline pindalaga S). Seepärast on jõu keskväärtus alg- ja lõppväärtuste aritmeetiline keskmine

$$F_k = \pi d \left(\frac{\mu p l}{2} + \frac{p_0 d}{4}\right).$$

Tehtud töö:

$$A = F_k l = \frac{\pi d l}{2} \left(\mu p l + \frac{p_0 d}{2}\right) \approx 4{,}3 \text{ J}.$$

3. ülesanne



Kuna allikas ja kujutis asuvad teine teisel pool telge, siis saab olla tegemist ainult nõguspeegliga. Leiame kõveruskeskme asukoha. Kiir, mis allikast langeb peeglile nii, et selle pikendus läbib kõveruskeset peegeldub sama teed tagasi ja peab läbima ka kujutist. Seega A ja A_1 ühendussirge lõikepunkt optilise teljega määrab ära kõveruskeskme C. Peegli ja telje lõikepunkti langeva kiire korral on langemisnurk võrdne peegeldumisnurgaga. Selle punkti leidmiseks leian A_1 sümmeetrilise punkti teisel pool telge ja tõmban sealt sirge läbi A. Teljega lõikumise punktis asub peegli lagipunkt. Selle punkti ja kõveruskeskme vahelise kauguse poolel maal asub fookus.

4. ülesanne

Kui veetase suureneb ühtlaselt, siis suureneb ühtlaselt ka näit. Kui veetase hakkab aga langema, siis näit ei hakka vähenema enne kui tõmbejõudude resultant on saanud nii suureks, et ületab pliiatsi ja paberi vahelise hõõrdejõu. Seega, kui vahepeal toimuks väiksemaid kõikumisi, siis need ei oleks märgatavad.

Numbrilistest andmetest läheb vaja hõõrdetegurit, pliiatsi ja paberi vahelist hõõrdejõudu ja ujuki raadiust.

Leiame, kui palju peab veetase muutuma, et sellist jõudu tekitada:

$$F_{archimedes} = V \cdot \varrho \cdot g$$

$$V = \Delta h \cdot S \qquad S = \pi \cdot R_2^2 \;; \qquad S = 0{,}126 \text{ m}$$

$$F_{archimedes} = \Delta h \cdot S \cdot \varrho \cdot g$$

Vee tihedus $\varrho = 1000$ kg/m^3. Võrdustame $F_h = F_{archimedes}$, siit saame:

$$\Delta h = \frac{F_h}{S \cdot \varrho \cdot g} \qquad \Delta h = 0{,}974 \text{ mm} \approx 1 \text{ mm}$$

5. ülesanne

Olgu voltmeetri sisetakistus r. Voltmeetri näit on võrdne pingega tema klemmidel $U = ir$, kus i on teda läbiva voolu tugevus. Voltmeetrite näitude summa $U_\Sigma = r(i_1 + i_2 + \ldots + i_{15})$. Voolu pidevuse tõttu $i_1 + i_2 + \ldots + i_{15} = I_1$. Seega $U_\Sigma = rI_1$, st. meil on vaja leida voltmeetri sisetakistus. Selle saame kätte esimese voltmeetri abil, sest teda läbib vool $i_1 = I_2 - I_1$, millest $r = U_1/i_1$. Järelikult $U_\Sigma = U_1(I_2 - I_1)/i_1 = 87\,\mathrm{V}$

6. ülesanne

Üleslükkejõud tasakaalustab aerostaadi kesta ja gondli kaalu Mg ning vesiniku kaalu $m_{H_2}g$:

$$\rho_{\tilde{o}hk} V g = Mg + m_{H_2} g.$$

Ideaalse gaasi olekuvõrrandist

$$\rho_{\tilde{o}hk} = \frac{p\mu_{\tilde{o}hk}}{RT_{\tilde{o}hk}}, \quad m_{H_2} = \frac{pV\mu_{H_2}}{RT_{\tilde{o}hk}},$$

seega

$$M = \frac{pV}{gRT_{\tilde{o}hk}}(\mu_{\tilde{o}hk} - \mu_{H_2}).$$

Saadud valemit rakendame nüüd situatsioonile enne soojenemist ja pärast jahtumist. Enne soojenemist

$$M_0 = \frac{pV_0}{gRT_{\tilde{o}hk}}(\mu_{\tilde{o}hk} - \mu_{H_2}).$$

Olgu pärast jahtumist kesta ruumala V_1. Kuna jahtumise käigus vesiniku kogus ei muutunud ja $p = const$, siis

$$\frac{V_1}{T_{õhk}} = \frac{V_0}{T_1}.$$

Seega pärast jahtumist

$$M_1 = \frac{pV_1}{gRT_{õhk}}(\mu_{õhk} - \mu_{H_2}) = \frac{pV_0}{gRT_1}(\mu_{õhk} - \mu_{H_2})$$

ja allaheidetava ballasti kogus

$$M_0 - M_1 = \frac{pV_0}{gR}\left(\frac{1}{T_{õhk}} - \frac{1}{T_1}\right)(\mu_{õhk} - \mu_{H_2}).$$

7. ülesanne

Tähistame graafikul toodud sõltuvuse $P = P(v)$. Lennates kiirusega v, on energiakulu vahemaa s läbimisel

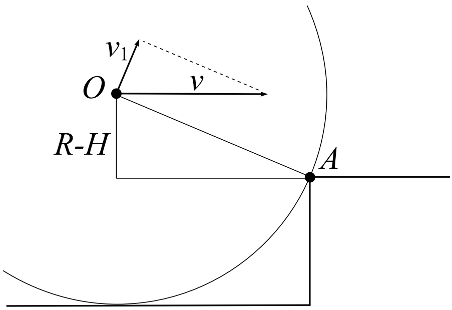
$$E(v) = P(v)t = P(v)\frac{s}{v}.$$

Miinimumis $dE/dv = 0$ ehk

$$P'(v)\frac{1}{v} - P(v)\frac{1}{v^2} = 0 \Rightarrow P'(v) = \frac{P(v)}{v}.$$

Seega energiamiinimum on graafiku sellises punktis, kus koordinaatide algust läbiv sirge on kõverale $P(v)$ puutujaks. Graafikult saame $v \approx 11\,\mathrm{m/s}$.

Alternatiivne lahendus. Tehtav töö $A = p(v)s/v$ on võrdeline suurusega $p(v)/v$, st. graafiku punkti $p(v)$ ja nullpunkti ühendava joone tõusunurga tangensiga. On ilmne, et see omab minimaalset väärtust punktis, kus nullpunktist tõmmatud sirge puudutab graafikut: graafikult leiame $v \approx 11\,\mathrm{m/s}$.



8. ülesanne

Vahetult peale põrget saab massikese O liikuda punktist B ratta keskpunkti tõmmatud sirge ristsihis. Et selles sihis jõudusid ei mõju (hõõrdejõud on tühine: tünni massi me ei arvesta, vesi tünni sees aga libiseb tünni suhtes vabalt, st. efektiivne hõõrdetegur on null), siis antud-sihiline kiirus põrke ajal ei muutu. Küll aga läheb põrke plastsuse tõttu kaduma ristsihiline (OB-sihiline) komponent. Sarnastest kolmurkadest leiame, et kiirus vahetult peale põrget $v_1 = v(R-H)/R$. Lõppkiiruse v_2 leiame energia jäävuse seadusest, $v_1^2 = 2gH + v_2^2$ ning $v_2 = \sqrt{v^2(1-H/R)^2 - 2gH}$.

9. ülesanne

Tumedad laigud on seal, kus esimese ja tagumise pleki augud on kohakuti. Mõõdame jooniselt kahe tumeda laigu vahelise kauguse H ning kahe plekiaugu vahelise kauguse h. Sarnastest kolmurkadest saame $H/L = h/a$, kus L on otsitav kaugus. Seega $L = Ha/h = Na$, kus $N = 13$ on kahe tumeda laigu vahele jäävate plekiaukude arv. Seega $L \approx 8\,\mathrm{m}$.

10. ülesanne

a) Magnetvälja muutumine tekitab ringikujulises kontuuris raadiusega r_0 elektromotoorjõu $U = d\Phi/dt$, kus $\Phi = B\pi r_0^2$. Sellele vastab elektriväli $E = U = 2\pi r_0$. Newtoni II seadus prootoni jaoks on $mdv/dt = eE = (dB/dt)(er_0/2)$. Seega $mv = Ber_0/2 ja A = Be/2m$.

b) Leiame prootoni tsüklotronraadiuse r: $mv^2/r = Bev$, millest $r = mv/Be = r_0/2$. Prooton lendab silindrist välja, kui $2r + r_0 > R$, s.t. $r_0 > R/2$. Need prootonid, mis olid sisemise silindri (raadiusega $R/2$) sees, ei välju magnetväljast; vastuse küsimusele annab silindrite ruumalade suhe, $k = 1/4$.