Eesti koolinoorte 66. füüsikaolumpiaad

6. aprill 2019. a. Vabariiklik voor.
Põhikooli *ülesannete lahendused*

1. (*MAHL JA JÄÄ*) (*6 p.*) *Autor: Erkki Tempel*
Soojustasakaalu saavutamiseks vajalik energia saadakse mahla jahtumiselt. Mahla jahtumisel temperatuurini t eraldub soojushulk $Q_m = c_m m_m (t_m - t)$. Mahla jahtumisel vabanenud energia läheb jää temperatuuri tõstmiseks 0 °C-ni, milleks kulub soojushulk $Q_1 = c_j m_j t_j$, jää sulamiseks, milleks kulub soojushulk $Q_2 = \lambda m_j$ ning jää sulamisel tekkinud vee temperatuuri tõusmiseks temperatuurini t, milleks kulub soojushulk $Q_3 = c_m m_j t$. Energia jäävusest saame seose

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$c_m m_m (t_m - t) = c_j m_j (0 - t_j) + \lambda m_j + c_m m_j t \qquad \Rightarrow$$

$$t = \frac{c_m m_m t_m + c_j m_j t_j - \lambda m}{c_m m_j + c_m m_m} \approx 2\,°\mathrm{C}$$

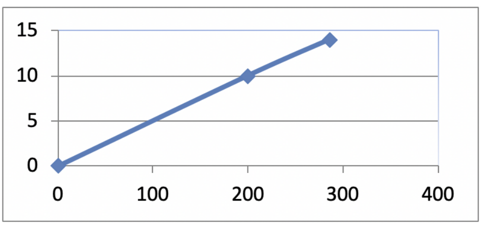
2. (*RONG*) (*8 p.*) *Autor: Koit Timpmann*
Kuna rong kiirendas ühtlaselt, siis oli rongi keskmine kiirus esimese kilomeetri läbimisel

$$v = \frac{v_0 + v_1}{2} = 5\,\mathrm{m/s}$$

Seega rong läbis esimese kilomeetri ajaga

$$t_1 = \frac{s}{v} = 200\,\mathrm{s}$$

.



Kiiruse graafikul on keha poolt läbitud tee võrdne graafiku aluse pindalaga. Seega saame kirjutada üles kaks seost kolmnurkade pindalade kaudu.

$$v_1 \cdot \frac{t_1}{2} = s \qquad \text{ning} \qquad v_2 \cdot \frac{t_2}{2} = 2s.$$

Graafikualused kolmnurgad, mis tekivad 1 km ja 2 km läbimisel on sarnased. Seega saame kirja panna seose

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_2}{t_1} \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{v_2 \cdot t_1}{v_1}$$

Asendades selle teise seosesse, saame

$$\frac{v_2 \cdot v_2 \cdot t_1}{2v_1} = 2s \quad \Rightarrow$$

$$v_2^2 = 200\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 \quad \Rightarrow \quad v \approx 14{,}1\,\mathrm{m/s}$$

Kuna esimese kilomeetri lõpus oli rongi kiiruse 10 m/s, siis kiirus muutus

$$14{,}1\,\mathrm{m/s} - 10\,\mathrm{m/s} \approx 4{,}1\,\mathrm{m/s}.$$

3. (*PLOKID*) (*8 p.*) *Autor: Koit Timpmann*

Lähtume energia jäävuse seadusest. Süsteemi kineetiline energia hetkel, kui koormis m_1 on läbinud vahemaa s võrdub süsteemi potentsiaalse energia muuduga. Kuna koormis m_2 ripub liikuva ploki otsas, siis on selle koormise poolt läbitud tee antud ajahetkeks kaks korda lühem kui koormise m_1 poolt läbitud tee ning selle kiirus samuti kaks korda väiksem koormise m_1 kiirusest. Seega,

$$\frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 (0{,}5v)^2}{2} = m_1 g a - m_2 g \frac{s}{2}$$

millest

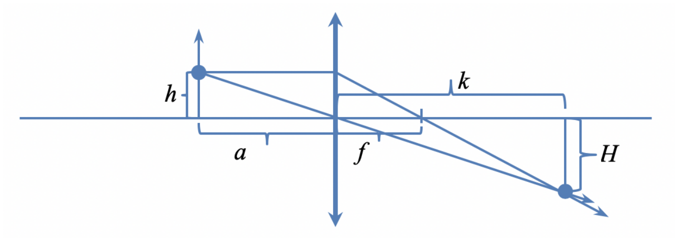
$$v = 2\sqrt{\frac{(2m_1 - m_2)gs}{4m_1 + m_2}} \approx 2{,}37\,\mathrm{m/s}.$$

4. (*APOLLO*) (*8 p.*) *Autor: Valter Kiisk*

Fotolt võime tuvastada, et astronaudi pikkuse ja Maa diameetri suhe on umbes 4,0. Objektide näiva suuruse (ükskõik kas objektid asuvad samal või erineval kaugusel) määrab nende nurksuurus. Maa nurksuurus Kuu pealt vaadatuna on $2 \cdot 6400\,\mathrm{km}/380\,000\,\mathrm{km} = 0{,}034\,\mathrm{rad}$. Kui kaamera kaugus on x ja astronaudi pikkuseks võtta 1,8 m, siis astronaudi nurksuurus on ligikaudu $1{,}8\,\mathrm{m}/x$ (lihtsuse mõttes eeldame, et ka see nurk on väike). Seega

$$\frac{1{,}8\,\mathrm{m}/x}{0{,}034} = 4{,}0 \qquad \Rightarrow \qquad = \frac{1{,}8\,\mathrm{m}}{0{,}034 \cdot 4{,}0} \approx 13\,\mathrm{m}.$$

5. (*KUJUTISE KIIRUS*) (*10 p.*) *Autor: Koit Timpmann*



Oletame, et punkt A asub kaugusel h läätse optilisest peateljest. Punkti A kujutis asub sel juhul kaugusel H optilisest peateljest.
Sarnastest kolmnurkadest saame avaldada seosed

$$\frac{h}{a} = \frac{H}{k} \qquad \frac{h}{f} = \frac{H}{k-f}.$$

Avaldame esimesest seosest H ja asendame selle teise seosesse,

$$H = \frac{hk}{a} \quad \text{ning} \quad \frac{h}{f} = \frac{hk}{a(k-f)}, \quad \text{millest}$$

$$k = \frac{af}{a-f} = 30\,\mathrm{cm}$$

Punkt A liigub kiirusega v optilisest peateljest eemale. Seega ajavahemiku t pärast on punkti A kaugus optilisest peateljest $h + vt$ ehk $h + s$.

Ka kujutis liigub optilisest peateljest eemale, kuid kiirusega v_1. Seega on kujutise kaugus sama ajavahemiku pärast optilisest peateljest $H + v_1 t$ ehk $H + S$.
Sarnastest kolmnurkadest saame, et

$$\frac{h}{a} = \frac{H}{k}, \quad \text{millest} \quad H = \frac{hk}{a}$$

ning kui punkt on liikunud aja t võrra

$$\frac{h+s}{a} = \frac{H+S}{k}.$$

Asendame H ja saame, et

$$S = \frac{sk}{a}.$$

Võtame ajavahemikuks 1 s ning saame, et $S = 4\,\mathrm{cm}$, mis teeb kujutise kiiruseks $4\,\mathrm{cm/s}$.

6. (*KEHA VEES*) (*10 p.*) *Autor: Koit Timpmann*
Vette lastud koormisele mõjub üleslükkejõud

$$F = \rho_v g V_k$$

Keha ruumala saame tiheduse valemist

$$\rho = m/V, \quad \text{millest} \quad V = \frac{m}{\rho}.$$

Üleslükkejõud mõjub vettelastud kehale üles. Seega pärast keha vettelaskmist mõjuvad parempoolsele kaalukausile järgmised jõud: statiivile mõjuv raskusjõud + kehale mõjuv raskusjõud – kehale mõjuv üleslükkejõud. Seega mõju parempoolsele kaalukausile väheneb kehale mõjuva üleslükkejõu võrra.
Vettelastud keha tõttu vedeliku tase klaasis tõuseb ning vedeliku rõhk anuma põhjale suureneb. Seega mõjub vasakule kaalukausile klaasile, veele ja keha poolt väljatõrjutud veele mõjuv raskusjõud.
Pärast keha vette laskmist väheneb üleslükkejõu võrra paremale kaalukausile mõjuv jõud ja suureneb üleslükkejõu võrra vasakule kaalukausile

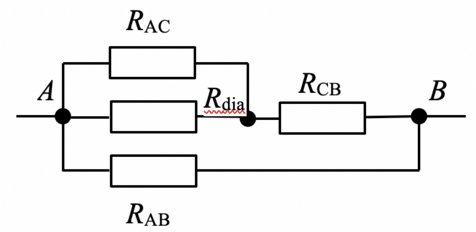
mõjuv nõud. Et kaal tasakaalustada, tuleb statiiviga kaalukaussi lisada koormis, mille massile mõjub kahekordne üleslükkejõud.

$$F = \frac{2 \cdot 1000\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 9{,}8\,\mathrm{N/kg} \cdot 0{,}135\,\mathrm{kg}}{2700\,\mathrm{kg/m^3}} = 1\,\mathrm{N}.$$

Kuna

$$F = mg, \quad \text{siis} \quad m = \frac{F}{g} = \frac{1\,\mathrm{N}}{9{,}8\,\mathrm{N/kg}} = 0{,}1\,\mathrm{kg}$$

7. (*KONTUURI TAKISTUS*) (*10 p.*) *Autor: Koit Timpmann*
Joonestame kontuuri ekvivalentskeemi



Diagonaali takistus on $R_{dia} = 1\Omega$.
Kuna ringi ümbermõõt $c = \pi d$ ja R_{AC} võrdub poolega ringi ümbermõõdust, siis $R_{AC} = 1{,}57\,\Omega$.
R_{AB} ja R_{CB} on mõlemad veerand ringi ümbermõõtu, seega $R_{AB} = R_{CB} = 0{,}785\,\Omega$.

Leiame vooluringi kogutakistuse. Takistid R_{AC} ja R_{dia} on rööbiti ühendatud, seega nende kogutakistus on

$$R_{roop} = \frac{1}{R_{AC}} + \frac{1}{R_{dia}} = 0{,}61\,\Omega.$$

Nendega on jadamisi ühendatud takisti R_{CB}. Takistite jada takistus

$$R_{jada} = 0{,}61\,\Omega + 0{,}785\,\Omega = 1{,}395\,\Omega.$$

Jadasse ühendatud takistitega omakorda on rööbiti ühendatud takisti R_{AB}.
Seega vooluringi kogutakistus tuleb $R = 0{,}5\,\Omega$.

Arvutame kogu voolutugevuse. Ohmi seadusest

$$I = \frac{U}{R} = 3\,\mathrm{A}$$

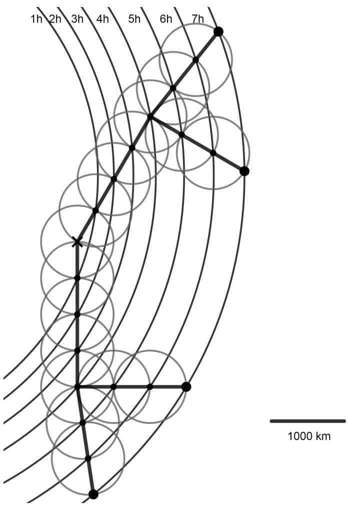
Kuna takisti R_{AB} kujutab endast vooluringi ühte haru, siis selle takisti otstel on pinge 1,5 V ja voolutugevus takistis $I_{AB} = 1{,}5\,\mathrm{V}/0{,}785\,\Omega = 1{,}91\,\mathrm{A}$.
Seega vooluringi teises harus on voolutugevus

$$I_{ylemine} = I - I_{AB} = 1{,}09\,\mathrm{A}$$

Pingelang takistil R_{CB} võrdub $U_{CB} = I_{ylemine} \cdot R_{CB} = 0{,}856\,\mathrm{V}$
Pinge otsitaval takistil $U_{dia} = U - U_{CB} = 0{,}644\,\mathrm{V}$ ja voolutugevus diagonaalis

$$I_{dia} = \frac{0{,}644\,\mathrm{V}}{1\,\Omega} = 0{,}64\,\mathrm{A}.$$

8. (*LENNUK*) (*10 p.*)
Autor: Jonatan Kalmus



Teame, et suured ringjooned märgivad lennuki asukohta iga tunni järel ning ühe tunniga läbib lennuk $500km$. Joonisel oleva mõõtkava järgi saame $500km$ vastava pikkuse joonisel. Võtame selle pikkuse ja joonestame sirkliga vastava raadiusega ringjoone lennuki algasukoha ümber. See ringjoon märgib lennuki asukohta $1h$ pärast õhkutõsu ning selle lõikepunktid olemasoleva esimese suure ringjoonega (mis märgib samuti lennuki asukohta $1h$ pärast õhkutõsu) annavad meile lennuki võimalikud asukohad $1h$ pärast. Kuna me ei tea, millises suunas lennuk lendas, peame lennuki teekonda mõlemast punktist edasi konstrueerima, joonestades uute punktide ümber samuti $500km$ vastava ringjoone. Kuna aga teame, et lennuk lendas $4h$ järjest otse, saame hakata lõikepunkte välistama, sest sobivad punktid moodustavad sirge. $4h$ vastava ringjoone juures teame vaid seda, et lennuk muutis suunda. Seega saame kummagi algse teekonna kohta veel 2 võimalikku uut suunda (kokku 4 võimalikku suunda). Teades, et lennuk lendas edaspidi samuti vaid otse, saame kõik 4 teekonda lõpuni konstrueerida.

9. (*MIKROKUUMUTI*) (*12 p.*) *Autor: Valter Kiisk*
Temperatuuril $t_1 = 420\,°\mathrm{C}$ on küttekeha takistus $R_1 = U_1/I_1 = 83{,}3\,\Omega$, seega saame avaldada takistuse temperatuuriteguri α:

$$\alpha = \frac{R_1 - R_0}{R_0(t_1 - t_0)} = 0{,}001\,665\,\frac{1}{\mathrm{K}}.$$

Samadel tingimustel kuumutusvõimsus on $P_1 = U_1 I_1 = 0{,}012\,\mathrm{W}$, järelikult

$$k = \frac{P_1}{t_1 - t_0} = 3 \cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}.$$

2) Pingel U on kuumutusvõimsus U^2/R endiselt võrdne soojusjuhtivusest tingitud soojusvoo võimsusega $k(t - t_0)$:

$$\frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{R_0 + \alpha R_0(t - t_0)} = k(t - t_0).$$

Siit tekib ruutvõrrand otsitava temperatuurivahe $t - t_0$ suhtes:

$$\alpha k R_0(t - t_0)^2 + kR_0(t - t_0) - U^2 = 0.$$

$$t - t_0 = \frac{-kR_0 \pm \sqrt{(kR_0)^2 + 4\alpha k R_0 U^2}}{2\alpha k R_0} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\alpha U^2}{kR_0}}}{2\alpha}.$$

$t - t_0$ ei saa olla negatiivne, seega sobib vaid pluss-märgiga lahend. Võttes $U = 0{,}7\,\mathrm{V}$, saame

$$t = t_0 + \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{4\alpha U^2}{kR_0}}}{2\alpha} \approx 255\,°\mathrm{C}.$$

10. (*ÜHENDATUD ANUMAD*) (*12 p.*) *Autor: Kristian Kuppart*
Süsteem on tasakaalus, kui teisse harusse lisandunud veesamba rõhk tasakaalustab õli ja puuklotsi lisamiseset tuleneva rõhu $\Delta p = \rho_o gh + \frac{mg}{S_a}$, kus m on klotsi mass. Samuti peab arvestama, et kuna harude pindalad on võrdsed, siis väheneb veesamba kõrgus ja seetõttu ka veesamba rõhk esimeses harus sama palju, kui teises tõuseb. Kokkuvõttes saame võrrandi:

$$\rho_v g \Delta h_v = \Delta p - \rho_v \Delta h_v$$

$$\Delta h_v = \frac{\Delta p}{2\rho_v g} = \frac{1}{2\rho_v}\left(\rho_o h + \rho_k L \frac{S_k}{S_a}\right) = 2{,}15\,\mathrm{cm}$$

E1.(*SOOJUSKADU*)(*12 p.*) *Autor: Erkki Tempel*
Vee jahtumise võimsuse leidmiseks 50 °C juures segame külmast ja soojast veest kokku 51 °C vee ning mõõdame aja t, millal vesi jahtub 49 °C-ni. Eraldunud soojuse saame kätte valmiest $Q = cm\Delta t$.
Kontrollkatses jahtus vesi 2 °C võrra $t \approx 160\,\mathrm{s}$ Vee massi leidmiseks mõõdame topsi põhja dimaneetri d_p, ülemise diameetri d_y ning topsi kõrguse H. Arvutame topsi ruumala

$$V = SH, \quad \text{kus} \quad S = \pi\left(\frac{d_p + d_y}{4}\right)^2$$

Vee massi leiame vee tiheduse kaudu $m = \rho V$
Vee jahtumise võimsuse leiame võimsuse valemist

$$N = \frac{Q}{t} = \frac{cm\Delta t}{t} \approx 10\,\mathrm{W}$$

E2.(*KLOTS*)(*12 p.*) *Autor: Hans Daniel Kaimre*
Esmalt leiame klotsi massi. Asetame selle lauale pikemale küljele. Konksust dünamomeetriga õige pisut klotsi kergitades saame kangi, mille jaoks kehtib jõumomentide tasakaal $mg\frac{b}{2} = F_1 b$, kus F_1 on dünamomeetri näit ning b klotsi külje pikkus. Klotsi mass avaldub kui $m = 2F_1/g$.

Nüüd tõmbame dünamomeetriga klotsi mööda laua pinda ühtlase kiirusega. Tõmbejõud (dünamomeetri näit F_2) ja hõõrdejõud on tasakaalus, s.t. $F_2 = mg\mu$. Tehes siin asenduse $m = 2F_1/g$, avaldame hõõrdeteguri:

$$\mu = \frac{F_2}{2F_1}$$

Asendades mõõtmisel saadud tulemused võrrandisse, saame et $\mu \approx$ ...