Eesti koolinoorte 47. täppisteaduste olümpiaad

Füüsika piirkondlik voor. 22. jaanuar 2000. a.

Keskkooli ülesannete lahendused

1. ülesanne

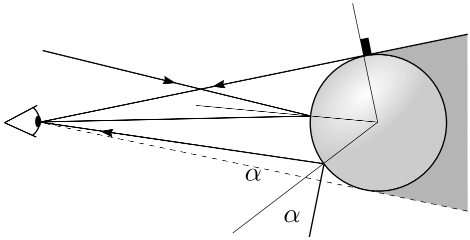
<u>Antud</u>: $v = 10$ m/s — palli algkiirus; $H = 10$ m — kaevu sügavus; $d = 1$ m — kaevu läbimõõt.

Kui pall satub kaevu, hakkab ta langema raskusjõu mõjul. Seejuures palli kiiruse horisontaalsuunaline komponent ei muutu langemise ajal, kuna raskusjõu kiirendus g on vertikaalne.

Leiame palli langemisaja valemist $H = gt^2/2$, kust $t = \sqrt{2H/g}$. Selle aja jooksul läbib pall horisontaalsuunas kauguse $s = vt = v \cdot \sqrt{2H/g} \approx 14{,}3$ m. Kuna kaevu läbimõõt on 1 m, siis pall jõuab põrkuda seintega 14 korda.

2. ülesanne

Näha on võimalik kogu ruumi — peale selle osa, mis jääb poleeritud kuuli poolt varjatud koonusesse. See on koonus tipunurgaga 2α, kus $\alpha = \arcsin(r/l) \approx 5{,}7°$. Silma saabuvate kiirte käik on toodud joonisel (tumedama halliga on kujutatud nähtamatu piirkond).



3. ülesanne

Antud: $s = 60\,\mathrm{m}$ — viskekaugus; $\tau = 4{,}0\,\mathrm{s}$ — viskeaeg; $h_0 = 1{,}9\,\mathrm{m}$ — käsi kõrgus maapinnalt alghetkel.

Toodud andmetest saab kohe leida kivi kiiruse maapinnaga paralleelse komponendi: $v_x = s/\tau$. Tähistagu v_y kivi vertikaalisihilist kiiruse komponenti alghetkel $t = 0$. Kivi kõrgus maapinnast hetkel $t > 0$ on siis $h = h_0 + v_y t - gt^2/2$. Hetkel $t = \tau$, kui kivi maha kukub, on $h = 0$: $0 = h_0 + v_y\tau - g\tau^2/2$, millest

$$v_y = \frac{1}{\tau} \cdot \left(\frac{gt^2}{2} - h_0 \right).$$

Kivi algkiirus on $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ ehk

$$v = \frac{1}{\tau} \cdot \sqrt{\left(\frac{gt^2}{2} - h_0 \right)^2 + s^2} = 24 \text{ m/s}.$$

Viskenurk avaldub seosest

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt^2/2 - h_0}{s} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 52°.$$

4. ülesanne

Antud: $S = 20$ km — inimeste vaheline kaugus alghetkel; $v = 5$ km/h — inimeste kiirus; $u = 15$ km/h — kärbse kiirus; $a = 1\,\mathrm{km/h^2}$ – inimeste kiirendus.

a) Inimesed lähenevad üksteisele kiirusega $v + v = 2v$. Vahemaa S läbivad nad ajaga $t = S/2v$. Sama palju aega lendab ka kärbes inimeste vahel. Selle aja jooksul läbib kärbes vahemaa $L = ut = uS/2v = 30$ km.

b) Kui inimesed liiguvad kiirendusega, siis kärbse lennuaja leidmiseks peame me lahendama järgmise võrrandi: $S = 2vt + at^2$.

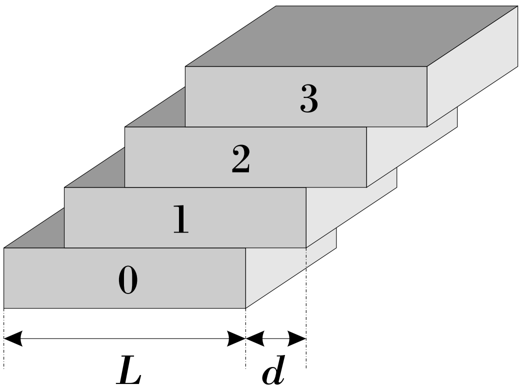
Vastuseks on $t \approx 1{,}7$ tundi. Võrrandi teine lahendus on negatiivne ja ei oma seega füüsikaalist susu. Järelikult läbib kärbes teisel juhul teepikkuse $L = ut \approx 26$ km.

5. ülesanne

Antud: L — telliskivi pikkus; $d = L/a$ – telliskivide nihe.

Olgu alumise telliskivi järjekorranumber 0, järgmise — 1 jne. Vaatleme kõiki alumisele telliskivile asetatud telliskive kui ühte tervikut ning uurime saadud süsteemi masskese vertikaalprojektsiooni horisontaalsele pinnale. Süsteem on tasakaalus kui see projektsioon ei ületa alumise telliskivi serva.

Kui me suuname x-telje horisontaalselt ning nullpunktiks valime alumise telliskivi keskpunkti koordninaadi, siis peab ülejäänud telliskivide masskeskme projektsioon x-teljele olema vaiksem kui $L/2$. Tehtud eelduste puhul on esimese telliskivi masskeskme koordinat L/a, teise — $2L/a$, kolmanda — $3L/a$, neljanda — $4L/a$ jne.



Kui esimesele telliskivile on pandud n telliskivi, siis nende masskeskme koordinaat on

$$X = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{L}{a} + \frac{2L}{a} + \ldots + \frac{nL}{a} \right),$$

$$X = \frac{L}{na} \cdot (1 + 2 + \ldots + n).$$

Avaldis sulgudes on tuntud matemaatiline jada, selle summaks on $(1+n) \cdot n/2$. Kasutades masskeskme avaldist ja eeltoodud tingimust, saame: $n = a - 1$. Kui võtta arvesse ka kõige allumisem telliskivi, siis vastuseks on $n = a$ telliskivi.

Sellele ülesandele võib anda ka veidi lühema lahenduse.

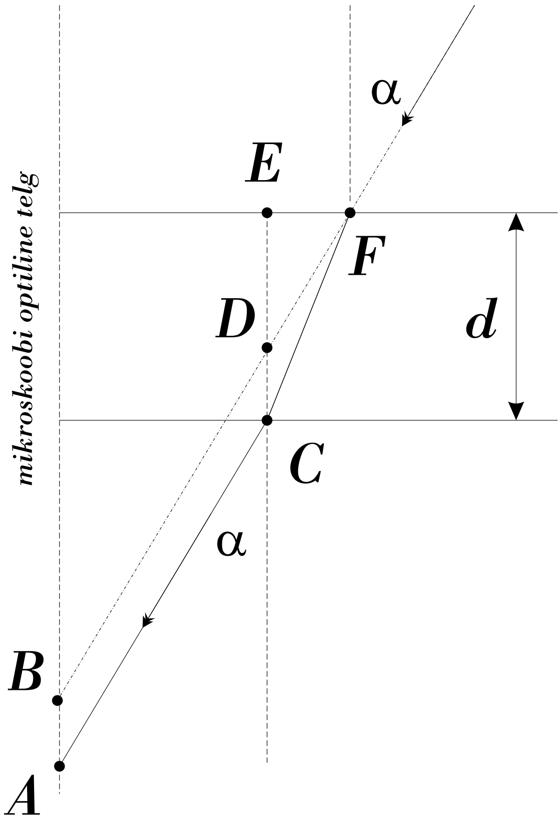
Olgu n tellist. Ühendame alt teise ja kõige pealmise tellise masskeskmed A ja B joonega. Selle joone keskpunkt O on alumise tellise peal asuva süsteemi masskeskmeks ning ei tohi rippuda alumise tellise servast väljapoole. Joonistame täisnurkse kolmnurga AOC, mille üks kaatet on horisontaalne, teine — vertikaalne ning hüpotenuusiks on lõik AO. Lõigu AC pikkus on $L(n-2)/2a$. Süsteem püsib, kui $|AC| < L/2 - L/a$, seega $n < a$. Paneme tähele, et $n = a$ puhul asub masskese täpselt serva kohal, s.t. süsteem on ebastabiilses tasakaalus.

6. ülesanne

Kui voolukiirus on v, vee tihedus — ρ ja vooluga ala laius — a, siis ajaühikus saadava sooja vee mass on $\mu = vda\rho$. Selle soojendamiseks kuluv võimsus on $P = \mu c(t_1 - t_0) = vdac\rho(t_1 - t_0)$. Teisest küljest, Päikeselt saadav võimsus on $P = al\Phi \cos\alpha$. Võrrutades need kaks avaldist leiame $v = l\Phi \cos\alpha / dc\rho(t_1 - t_0) \approx 3{,}2\,\mathrm{mm/s}$.

7. ülesanne

Antud: $\Delta d = 1{,}0\,\mathrm{mm}$ — klaasplaadi paksus; $n = 1{,}5$ — klaasi murdumisnäitaja.



Mikroskoop ”vaatab”kogu aeg punkti B, kus objekt algselt oli, aga kiired lähtuvad punktist A. Objekti tuleb seega pärast klaasplaadi asetamist lõigu AB võrra allapoole nihutada.

Toome sisse tähistuse $\beta = \angle ECF$. Jooniselt saame, $AB = CD = d - DE$, $DE = EF/\tan\alpha$, $EF = d\tan\beta$.

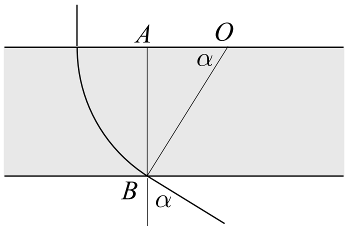
Optilise peatelje läheduses, kus α, $\beta \ll 1$, on

$$\frac{\tan(\beta)}{\tan(\alpha)} \approx \frac{\beta}{\alpha} \approx 1/n,$$

nii et $AB = d \cdot (1 - 1/n) = 0{,}33\,\mathrm{mm}$.

8. ülesanne

Kui osake asub magnetväljaga kihis, siis mpaneb magnetvälja poolt mõjuv jõud $F = Bqv$ ta liikuma mööda ringjoont raadiusega R. Newtoni teisest seadusest $mv^2/R = Bqv$, seega $R = mv/qB$. Kui $h > R$, siis osake joonistab poolringi ning liigub tuldud teed tagasi, s.o. $\alpha = 180°$. Kui $h < R$, siis tuleb lahendada geomeetriline ülesanne, v.t. joonis. Et $|OB| = R$ ja $|AB| = h$, siis $\alpha = \arcsin(h/R) = \arcsin(qBh/mv)$.



9. ülesanne

<u>*Antud*</u>: $m_1 = 150\,\mathrm{g}$ — vee mass väiksemas anumas; $P_1 = 350$ W — esimene keeduspiraal; $\tau_1 = 5\,\mathrm{min}$ — keemaajamisaeg väiksema anuma puhul; $P_2 = 1400\,\mathrm{W}$ — teine keeduspiraal; $c = 4200\mathrm{J/(kg{\cdot}K)}$ — vee arisoojus.

Vaadelgem soojusbalanssi fikseeritud temperatuuril T. Kui eeldada, et soojuskaod $\Phi(T)$ on võrdelised anuma pindalaga S, siis näeme, et suurema anuma puhul on nii kuumutamise võimsus kui ka soojuskaod neli korda suuremad, sest $P_2/P_1 = S_2/S_1 = k_1 = 4$. Seega kehtib ka summaarse soojusvoo $W(T) = P - \Phi(T)$ jaoks seos $W_2/W_1 = k_1$. Et soojusmahtuvuste suhe $C_2/C_1 = k_2 = 8$, siis võrdsete temperatuuride juures on suure poti kuumenemiskiirus $\dot{T} = W_2(T)/C_2$ väikese poti omast alati $k_2/k_1 = 2$ korda aeglasem. Niisiis, kuumenemisprotsessid (temperatuuri sõltuvus ajast) on sarnased, kuid erineva kiirusega; otsitav aeg $\tau_2 = \tau_1 k_2/k_1 = 10\,\mathrm{min}$.

10. ülesanne

Metallpinnale kogunevad vastasmärgilised laengud, mis kompenseerivad kilel asuva laengu. Kilel ja metallipinnal olevad laengud moodustavad plaatkondensaatori sarnase konfiguratsiooni. Elektrivälja tugevus kile ja metalli vahel on samasugune, kui plaatkondensaatori vahel, $E = \sigma/\epsilon_0$. Pindalaühikule kilele mõjuv elektriline tõmbejõud on $f = \sigma E/2$. Kahega tuleb jagada sellepärast, et elektriväli kahaneb kilel asuvate laengute kihis väärtuselt E kuni nullini - väärtuseni, mida ta omab ”kondensaatorist”väljaspool; tema keskväärtus on $E/2$. Seega $f = \sigma^2/2\epsilon_0$. Toereaktsioon tasakaalustab selle ($N = F$) ning maksimaalne seisuhõõrdejõud pindalaühiku kohta $f_h = \mu\sigma^2/2\epsilon_0$. Kile ei vaju alla, kui $\mu\sigma^2/2\epsilon_0 > \alpha g$.

E1. ülesanne

1) *Töökäik*: katse idee — 2 p., kangi tasakaalu valem — 2 p., kangi tasakaalu valemi rakendamine konkreetsel juhul — 1 p.

2) *Mõõtmine*: tasakaalu asendi leidmine — 1 p., mõõtmine — 2 p., arvutused — 2 p.

E2. ülesanne

Katse idee milles on määratud kaks mõõtmise meetodit — 1 p.

a) Kumerläätse läbinud paralleelsed kiired koonduvad fookuses — 1 p. Läätse fookuskauguse määramine — 2 p.

b) Kujutis on ümberpööratud ja sama suur ning asub kaugusel $2f$, kui eseme kaugus läätsest on $2f$ — 1 p. Kujutis on vähendatud, kui ese on kaugemal kui $2f$ — 1 p. Kujutis on on suurendatud, kui ese on lähemal kui $2f$ — 1 p. Eseme paigutamine $2f$ kaugusele läätsest ja kujutise leidmine — 1 p. $2f$ kauguse täpsustamine — 2 p.