Eesti koolinoorte 51. füüsikaolümpiaad

31. jaanuar 2004. a. Piirkondlik voor

Gümnaasiumi ülesannete lahendused

Eessõna

Käesoleval lahendustelehel on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik. Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud annavad samuti täisarvu punkte. Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem juhindudes juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist.

Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — *0,5 p.*; viga teisendustes — *0,5 p.* (märgi jms väiksem viga) või *1 p.* (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada *0,5* punktiga; üksik viga lähtevalemis *0,5 p.* (märk) kuni 50% (sisuline viga).

1. ülesanne

Soojusbalanss ajaühiku (1 s) jaoks:

$$vc\,(t_1 - t_2) = u\,[c\,(t_2 - t_0) + \lambda] \quad (\textit{3 p.}),$$

kus u on sulamise masskiirus. Et väljavoolamise masskiirus $w = v + u$ (*1 p.*), siis

$$w = v\,\frac{t_1 - t_2}{t_2 - t_0 + \lambda/c} + v = v\,\frac{t_1 - t_0 + \lambda/c}{t_2 - t_0 + \lambda/c} \quad (\textit{1 p.})$$

ning $w \approx 1{,}18$ g/s (*1 p.*).

2. ülesanne

Stabiliseerunud temperatuuril on plekk-kruusi kiirgamisvõimsus võrdne keeduspiraali võimsusega (*2 p.*). Kui keeduspiraal välja lülitada, siis kruusitäis jahtub võimsusega $P = 100$ W. Kiirgusvõimsuse muutumist 1 °C temperatuuri muudu juures mitte arvestades on soojusbalansi võrrand $P\tau = cm\Delta t$ (*2 p.*), millest $\tau = cm\Delta t/P$ (*1 p.*), $\tau = 42$ s (*1 p.*).

3. ülesanne

Peegli asetamine valgusallika taha on samaväärne teise, näiva valgusallika S' lisamisega (*2 p.*); S' on valgusallika S näiv kujutis tasapeeglis. S' asub ekraanist kaugusel $3a$ (*2 p.*). Punktvalgusallika korral on valgustatus pöördvõrdeline kauguse ruuduga (valgusenergia jaotub sfääri sisepinnale, viimase pindala on aga võrdeline raadiuse ruuduga). Järelikult ekraani keskpunkti valgustatus kasvab

$$\frac{1/a^2 + 1/(3a)^2}{1/a^2} = \frac{10}{9} \text{ korda.} \quad (\textit{2 p.})$$

4. ülesanne

Lahendus A. Selgitame, kummal juhul on kraavisõidu vältimiseks nõutav hõõrdejõud F_h rataste ja maapinna vahel väiksem. Pidurdamisel kulub auto kineetiline energia hõõrdejõu ületamiseks tehtavaks tööks: $mv^2/2 = F_h x$ (*2 p.*), kus x on pidurdustee pikkus. Kraavisõidu vältimiseks peab olema $x \le s$ ehk $F_h \ge mv^2/2s$ (*1,5 p.*). Auto pööramisel etendab hõõrdejõud kesktõmbejõu osa, mis sunnib autot liikuma mööda ringjoone kaart: $F_h = mv^2/R$ (*2 p.*). Kraavisõidu vältimiseks peab olema $R \le s$ ehk $F_h \ge mv^2/s$ (*1,5 p.*). Seega pidurdamisel on vaja kaks korda väiksemat hõõrdejõudu kui pöördel: pidurdada on kasulikum (*1 p.*).

Lahendus B. Kraavisõidu vältimiseks on vaja viia kiiruse kraaviga risti olev komponent v_x nullini (*1 p.*). Newtoni II seaduse põhjal on selle kiiruskomponendi vähenemise kiirus $\dot{v}_x = -\mu g \cos\alpha$, kus α on nurk (hetkeväärtus) kiirusvektori ja x-telje vahel (*2 p.*). Vaatleme nüüd võrdlevalt kahte projekti. Et esimesel juhul on $\alpha \equiv 0$ ja teisel juhul $\alpha > 0$, siis on esimese juhu kiirenduse absoluutväärtus kogu aeg suurem: $|\dot{v}_x^{(I)}| > |\dot{v}_x^{(II)}|$ (*3 p.*), mistõttu esimesel juhul väheneb kiiruse x-komponent etteantud väärtuselt nullini väiksema x-suunalise vahemaa läbimisel (*1 p.*). Tõepoolest, kiiruse väikesele muudule Δv_x vastab

$$\Delta x = v_x \Delta t = \frac{v_x \Delta v_x}{\dot{v}_x} = \frac{1}{2}\frac{\Delta v_x^2}{\dot{v}_x}.$$

Seega on pidurdamine kasulikum (*1 p.*).

5. ülesanne

(a) Et pingeallikas on lahti lülitatud, siis loomulkult $V_1 = 0$ (*0,5 p.*) ja $V_2 = 0$ (*0,5 p.*).

(b) Analoogselt $V_2 = 0$ (*0,5 p.*). V_1 leidmiseks tuleb leida voltmeetri takistus r ja emj $\mathcal{E}$. Algolukord: emj on suletud kontuuriga, mille kogutakistus

$$\mathcal{R} = r + \frac{rR}{r+R} = r\,\frac{r+2R}{r+R} \quad (\textit{1 p.}).$$

Seega algvool $I_0 = \mathcal{E}/\mathcal{R}$ (*0,5 p.*) ning edasi on juba lihtne kirjutada välja kahe tundmatu leidmiseks vajalikud võrrandid:

$$U_1 = \frac{\mathcal{E}r}{\mathcal{R}} = \mathcal{E}\,\frac{r+R}{r+2R} \quad (\textit{1 p.}),$$

$$U_2 = \mathcal{E}\,\frac{rR}{r+R}\,\mathcal{R}^{-1} = \frac{\mathcal{E}R}{r+2R} \quad (\textit{1 p.}).$$

Lahendades võrrandisüsteemi leiame, et

$$\mathcal{E} = U_1 + U_2 \quad (\textit{1 p.}), \qquad r = R\left(\frac{U_1}{U_2} - 1\right)(\textit{1 p.}).$$

Edasi on lihtne:

$$V_1 = r\,\frac{\mathcal{E}}{r+R} = \frac{U_1^2 - U_2^2}{U_1} \quad (\textit{1 p.}).$$

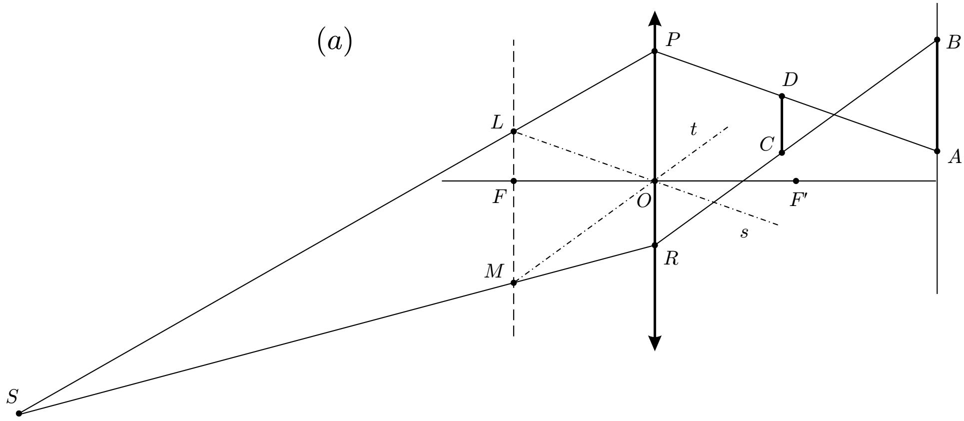
Alternatiivlahendus: paneme kohe tähele, et $\mathcal{E} = U_1 + U_2$ (*2 p.*). Kirchoffi seaduse põhjal on vool läbi takisti $i = U_1/r - U_2/r$ (*1,5 p.*), millest $U_2 = iR = (U_1 - U_2)\,R/r$ (*1 p.*). Seega $r = R\,(U_1/U_2 - 1)$ (*1 p.*) ning

$$V_1 = r\,\frac{\mathcal{E}}{r+R} = \frac{U_1^2 - U_2^2}{U_1} \quad (\textit{1 p.}).$$

6. ülesanne

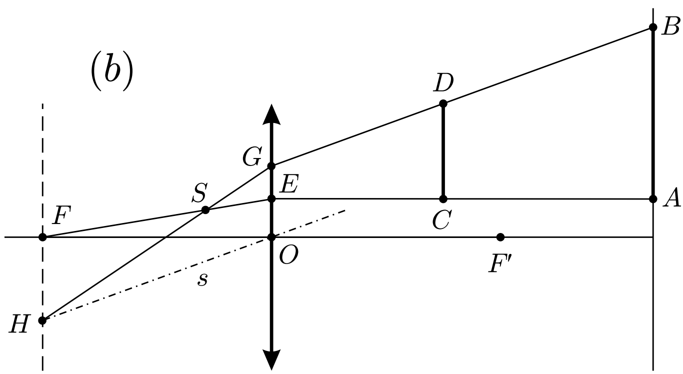
Tähistame punktid alljärgnevalt: varju alumine serv A, ülemine serv B; eseme alumine serv C, ülemine serv D; sirge AC lõikepunkt läätsega E, sirge BD lõikepunkt läätsega G, läätse keskpunkt O.

(a) Üks valgusallikalt lähtuv valguskiir peab läbima punkte A ja D ning teine — punkte B ja C, nende valguskiirte lõikepunkt vasakpool läätse annab meile valgusallika asukoha, lõikepunkt parempool läätse aga valgusallika kujutise (*1 p.*).



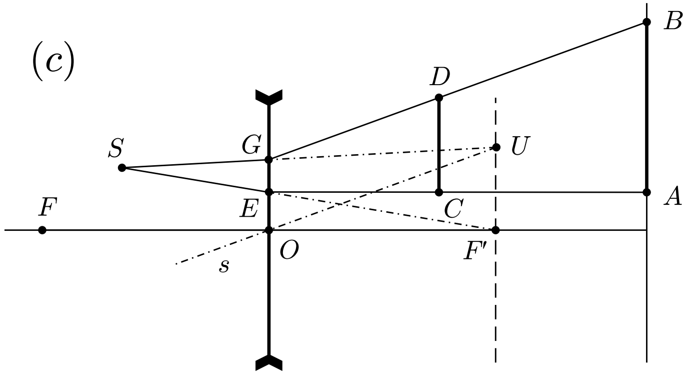
Esimese kiire rekonstrueerimine: tõmbame AD-ga paralleelse sirge s läbi punkti O (*0,5 p.*). Olgu s-i ja fokaaltasandi lõikepunkt L; valguskiireks on murdjoon APL, kus P on sirge AD ja läätse lõikepunkt (*0,5 p.*).

Teine kiir: tõmbame läbi O sirge t, mis on paralleelne BC-ga (*0,5 p.*), otsitav kiir peab lõikuma t-ga fokaaltasandil: olgu t ja fokaaltasandi lõikepunkt M. Teiseks kiireks on murdjoon BRM, kus R on sirge BC ja läätse lõikepunkt (*0,5 p.*).



(b) Üks valgusallikalt lähtuv valguskiir peab läbima punkte A ja C ning teine — punkte B ja D, nende valguskiirte lõikepunkt annab meile valgusallika asukoha (*1 p.*).

Esimese kiire rekonstrueerimiseks paneme tähele, et lõik AC on horisontaalne (*0,5 p.*) mistõttu peab kiir läbima fookust F ja valguskiireks on murdjoon AEF (*0,5 p.*). Teine kiir: tõmbame läbi O sirge s, mis on paralleelne BD-ga (*0,5 p.*), otsitav kiir peab lõikuma s-ga (ekraanist kaugemal) fokaaltasandil. Teiseks kiireks on murdjoon BGH, kus H on s-i ja fokaaltasandi lõikepunkt (*0,5 p.*).



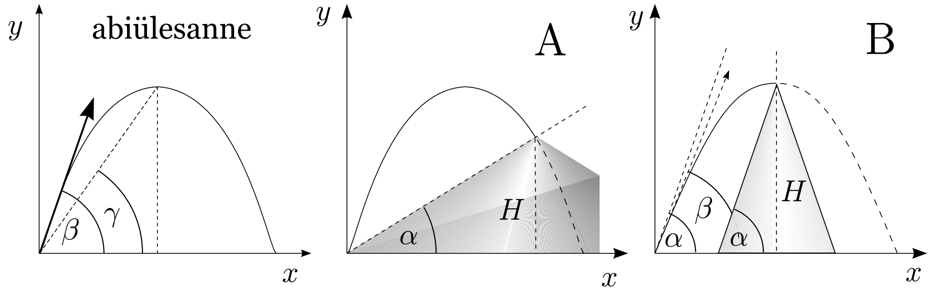
(c) Üks valgusallikalt lähtuv valguskiir peab läbima punkte A ja C ning teine — punkte B ja D, nende valguskiirte lõikepunkt annab meile valgusallika asukoha (*1 p.*).

Esimese kiire rekonstrueerimiseks paneme tähele, et lõik AC on horisontaalne (*0,5 p.*) mistõttu peab valguskiire pikendus läbima fookust F' (ekraanipoolset) ja valguskiireks on murdjoon, mis moodustub lõigust AE ning lõigu $F'E$ pikendusest (*1 p.*).

Teine kiir: tõmbame läbi O sirge s, mis on paralleelne BD-ga (*0,5 p.*), otsitav kiir peab lõikuma s-ga ekraanipoolsel fokaaltasandil, tähistame s ja antud fokaaltasandi lõikepunkti U-ga. Teiseks valguskiireks on murdjoon, mis moodustub lõigust BG ning lõigu UG pikendusest (*1 p.*).

7. ülesanne

Lahenduse idee: liivahunniku kahuripoolne külg on liivajoa tasapinnas sirge tõusunurgaga α (*1 p.**). Hunniku maksimaalse kõrguse määrab (**A**) selle sirge lõikepunkt liivaosakese kui kaldu horisondiga visatud keha trajektooriga hetkel kui liivahunnik matab kahuri (*1 p.*) või (**A**) liivaosakeste maksimaalne lennukõrgus juhul kui kahur ei mattu liiva alla (*1 p.**). Kahur ei mattu, kui $\gamma < \alpha$, kus γ on liivatera paraboolse trajektoori tipu nurkkõrgus (*1 p.*).



Abiülesanne: milline on keha paraboolse trajektoori tipu nurkkõrgus γ (vaadatuna viskamise punktist), kui viskenurk on β? Parabooli tipu kõrgus on $y_t = v_y^2/2g$ (*1 p.**), kaugus $x_t = v_x v_y/g$ (*1 p.*). Seega

$$\tan\gamma = \frac{y_t}{x_t} = \frac{v_y}{2v_x} \quad (\textit{0,5 p.}) \quad \Rightarrow \quad \tan\gamma = \frac{1}{2}\tan\beta \quad (\textit{0,5 p.}).$$

Juhtum **A**,

$$\tan\gamma \equiv \frac{1}{2}\tan\beta > \tan\alpha.$$

Kuhja profiiliks on sirge $y = x\tan\alpha$ (*0,5 p.*), kuhja tipuks selle sirge lõikepunkt parabooliga (liivaosakeste trajektooriga)

$$y = -\frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_x}\right)^2 + v_y\frac{x}{v_x} \quad (\textit{1 p.}).$$

Asendades $v_x = v_0\cos\alpha$, $v_y = v_0\sin\alpha$ saame

$$y = -x^2\frac{g}{2v_0^2}\cos^{-2}\beta + x\tan\beta \quad (\textit{1 p.}).$$

Võrrandisüsteem tuleb lahendada lõikepunkti kõrguse y suhtes: asendades $x = y\cot\alpha$ saame

$$y = -y^2\frac{g}{2v_0^2}\cos^{-2}\beta\cot^2\alpha + y\tan\beta\cot\alpha \quad (\textit{1 p.}),$$

millest

$$H = y = \frac{2v_0^2}{g}\cos^2\beta \tan\alpha\,(\tan\beta - \tan\alpha) \quad (\textit{1 p.}).$$

Juhtum **B**,

$$\tan\gamma \equiv \frac{1}{2}\tan\beta < \tan\alpha.$$

Liivaterade maksimaalse lennukõrguse leidmiseks asendame abiülesande vahetulemusse $v_y = v_0 \sin\beta$:

$$H \equiv y_t = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\beta \quad (\textit{0,5 p.}^*).$$

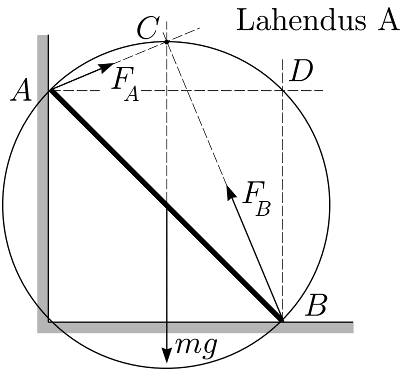
Kui on vaadeldud ainult juhtumit B, siis saab punkte vastavalt tärniga tähistatud hindepallidele.

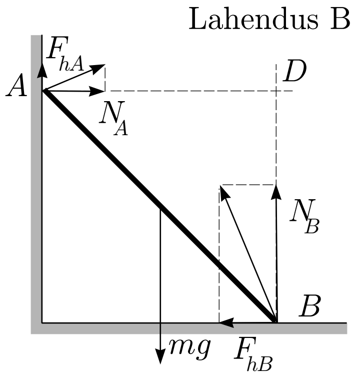
8. ülesanne

Lahendus A. Pulga kummalegi otsale mõjub hõõrdejõu ja toereaktsiooni resultant, mis libisemise piiril moodustab pinnanormaaliga nurga $\alpha = \arctan\mu$ (*2 p.*). Et põranda ja seina pinnanormaalid on risti, siis on risti ka pulga otstele mõjuvad resultantjõud (*1 p.*). Järeldus: kui pulga otspunktid tähistada A (ülemine) ja B-ga ning otspunktidest tõmmatud hõõrdejõu ja toereaktsiooni resultantide lõikepunkti C-ga, siis C lebab lõigule AB kui diameetrile joonistatud ringjoonel (*2 p.*).

Sellel samal ringjoonel lebab ka punktidest A ja B tõmmatud pinnanormaalide lõikepunkt D (*1 p.*). Momentide tasakaalutingimusest punkti C suhtes järeldub, et raskusjõu moment peab olema null, st C peab olema massikeskme kohal (*2 p.*). Sellest johtuvalt $AC = CD$ (*1 p.*). Et kaar AD on veerand ringjoonest, siis AC on kaheksandik ning nurk CBD (hõõrdejõu ja toereaktsiooni resultandi ning pinnanormaali vahel) on 22,5 kraadi (*2 p.*). Niisiis $\mu \geq \tan(22{,}5) = 0,41...$ (*1 p.*).

Lahendus B. Punktis A mõjub pulgale hõõrdejõud $F_{hA} = \mu N_A$ (*0,5 p.*) ja toereaktsioonijõud N_A (*0,5 p.*), punktis B vastavalt $F_{hB} = \mu N_B$ (*0,5 p.*) ja N_B (*0,5 p.*). Veel mõjub pulgale raskusjõud mg (*0,5 p.*). Kuna pulk on tasakaalus, siis saame välja kirjutada tasakaalutingimused. Jõudude summa





peab olema 0, vastavad projektsioonid x- ja y-telgedele oleks vastavalt:

$$N_A - \mu N_B = 0 \quad (\textit{1,5 p.}), \quad N_B + \mu N_A - mg = 0 \quad (\textit{1,5 p.}).$$

Veel peab olema jõumomentide summa 0. Kirjutame välja jõumomendid punkti D suhtes. Tähistame seejuures $AD = DB = l$. Punkti D suhtes on toereaktsioonide õlad 0, hõõrdejõudude õlad l ja raskusjõu õlg $l/2$. Saame

$$\mu N_A l + \mu N_B l - \frac{mgl}{2} = 0 \quad (\textit{2,5 p.}).$$

Elimineerides neist kolmest võrrandist N_A ja N_B jõuame lõpuks ruutvõrrandini

$$\frac{1}{2}\mu^2 + \mu - \frac{1}{2} = 0 \quad (\textit{2 p.}) \quad \Rightarrow \quad \mu = -1 \pm \sqrt{2} \quad (\textit{0,5 p.}).$$

Et hõõrdtegur ei saa ola negatiivne (*0,5 p.*), sobib $\mu = \sqrt{2} - 1 = 0,41...$ (*0,5 p.*). Lõppvastuse kirjutame kujul $\mu \geq \sqrt{2} - 1$ (*0,5 p.*).

9. ülesanne

Seni kuni lennuk pole veel üleni Päikese ketta sees, lugem kahaneb (*2,5 p.*). Kahanemise aeg graafikult: $t = 350$ ms (*1 p.*), seega kiirus $v = l/t$ (*1,5 p.*), ligikaudu 700 km/h (*1 p.*). Päikese diameetri katmiseks kulunud aeg vastab perioodile lugemi kahanemise algusest kuni platoole järgneva kasvamise alguseni (*2 p.*); graafikult leiame $T = 2100$ ms (*1 p.*). Sarnaste kolmnurkade põhjal $vT/L = d/s$ (*1 p.*), millest $L = lTs/td$ (*1 p.*), ligikaudu 45 km (*1 p.*).

Võimalik vale-lahendus: lugedes lennuki silindrikujuliseks toimub vähenemine seni, kuni silindri ots liigub Päikese ketta sees; platoo vastab sellele, et silinder lõikab Paikeselt “riba” välja (*1 p.*) (reaalselt pole lennuk silinder ja graafiku platood ei saa tegelikult sel viisil tekkida). Leides graafikult $t = 350$ ms (*1 p.*) ja $T = 2100$ ms (*1 p.*) võib siis kirjutada $v = l/T$ (*1 p.*), 120 km/h (*0,5 p.*) (*Märkus*: ebareaalselt väike kiirus). t jookusl jõuab lennuk katta Päikese diameetrile vastava vahemaa vt, sarnasest kolmnurkadest $vt/L = d/s$ (*1 p.*), millest $L = lts/Td$ (*1 p.*), ligikaudu 1,3 km (*0,5 p.*).

10. ülesanne

Lahendus A. Plaadi küljepikkus $a = \sqrt{S}$ (*0,5 p.*). Kondensaatori mahtuvuse arvutamiseks vaatleme seda kui kahe kondensaatori rööpühendust, millest ühe plaatide vahel on dielektrit, teise vahel mitte*(1,5 p.)*. Vastavad mahtuvused

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{xa}{d} \quad (\mathit{1\ p.}), \quad C_2 = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{(a-x)\,a}{d} \quad (\mathit{1\ p.}).$$

Vaatleme lõpmata väikest ajavahemikku Δt, selle jooksul liigub klaasplaat $v\Delta t$ võrra: kondensaatori selle osa pikkus, kus klaasi ei ole, kasvab $\Delta x = v\Delta t$ võrra (*1 p.*), mis põhjustab kondensaatori mahtuvuse muudu $\Delta C_1 = v\Delta t\varepsilon_0 a/d$ (*1 p.*). Kondensaatori selle osa pikkus, kus klaas on, kahaneb $\Delta x = v\Delta t$ võrra (*1 p.*), mis põhjustab mahtuvuse muudu $\Delta C_2 = -v\Delta t\varepsilon\varepsilon_0 a/d$ (*1 p.*). Seega aja Δt jookul muutub mahtuvus

$$\Delta C = \Delta C_1 + \Delta C_2 = v\Delta t\varepsilon_0 \frac{a}{d}(1-\varepsilon)$$

võrra (*1 p.*). Kondensaatori pinge ei muutu, laeng muutub $\Delta q = \Delta CU$ võrra (*1 p.*). See laeng suundub juhtmesse, voolutugevus $I = |\Delta q/\Delta t|$ (*1 p.*). Peale asendusi leiame

$$I = v\varepsilon_0(\varepsilon-1)\,U\frac{a}{d} \quad (\mathit{1\ p.}) \quad \Rightarrow \quad v = \frac{Id}{\sqrt{S}\,\varepsilon_0(\varepsilon-1)\,U} \quad (\mathit{1\ p.}).$$

Konkreetsete arvandmete jaoks: $v \approx 86$ cm/s (*1 p.*).

Lahendus B. Plaadi küljepikkus $a = \sqrt{S}$ (*0,5 p.*). Elektrivälja tugevus plaatide vahel $E = U/d$ (*1,5 p.*). Lengu pindtihedus kondensaatori plaadil, seal kus klaasplaati pole: $\sigma_1 = \varepsilon_0 E$ (*1,5 p.*); klaasplaadi kohal: $\sigma_2 = \varepsilon\varepsilon_0 E$ (*1,5 p.*). Kui klaasplaat nihkub $\Delta x = v\Delta t$ (*1 p.*) võrra, siis ribal paksusega Δx muutub pindtihedus $\sigma_2 - \sigma_1$ (*1 p.*) võrra. Seega laengu muutus on $\Delta q = (\sigma_2 - \sigma_1)\Delta S$

(*1 p.*), kus riba pindala $\Delta S = av\Delta t$ (*1 p.*). See laeng suundub juhtmesse, $I = \Delta q/\Delta t$ (*1 p.*). Asendades $\sigma_{1,2}$ ning ΔS leiame:

$$\Delta q = v\Delta t\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) Ea \quad (\textit{1 p.}).$$

Avaldades siit v (*1 p.*) ja asendades $\Delta q = I\Delta t$ ning $E = U/d$ leiame:

$$v = \frac{Id}{\sqrt{S}\,\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) U} \quad (\textit{1 p.}).$$

Konkreetsete arvandmete jaoks: $v \approx 86$ cm/s (*1 p.*).

E1. ülesanne

<u>*Hindamisskeem*</u>: Traadi tihedus: $\rho = m/V$, kus traadi mass $m = \rho V$ (*1 p.*). Traadi ruumala $V = Sl$ (*1 p.*). Traadi ristlõike pindala $S = (\pi d^2)/4$ (*1 p.*). Mõõtmiste kirjeldus, kus on kirjeldatud ka kolmnurga kasutamist(*1 p.*). Traadi pikkuse määramine (ühe keeru pikkus korda keerdude arv, kus keeru pikkus $c = \pi d$)(*1 p.*). Keeru läbimõõdu mõõtmine: kui on arvestatud ainult keraamilise silindri või traadi kihi läbimõõtu (*1 p.*), kui on arvestatud traadikeeru välis- ja siseläbimõõtu ning on leitud keeru läbimõõdu aritmeetiline keskmine (*1 p.*). Traadi läbimõõdu määramine:

$$\text{traadi läbimõõt} = \frac{\text{mähise pikkus}}{\text{keerdude arv}} \quad (\textit{1 p.}).$$

Mõõtmistulemustest traadi eritakistuse arvutamine, reostaadi takistuse saab reostaadilt.

E2. ülesanne

Statiivile kinnitatud vedrule kinnitatakse koormis ja leitakse stoppkella abil n võnkeks kulunud aja t, millest leitakse võnkeperiood T. Katset korratakse koormise erinevate massidega. Pendli võnkeperioodi sõltuvus koormise massist esitatakse katseandmete põhjal tabelina ning graafiliselt millimeetripaberil (teljestikus mT).

<u>*Hindamisskeem*</u>: Katse kirjeldus ja koormiste valik (*1 p.*). Võnkeperioodi määramine kasutades seost $T = t/n$ (*2 p.*). Kordusmõõtmiste kasutamine (*2 p.*). Tabeli vormistamine, andmete kandmine tabelisse (*1 p.*). Kordusmõõtmistest aritmeetilise keskmise arvutamine (*1 p.*). Graafiku telgede õige määramine (*1 p.*). Graafiku mõõtkava (*1 p.*). Graafiku joonistamine (*1 p.*).