Eesti koolinoorte 55. füüsikaolümpiaad

19. jaanuar 2007. a. Piirkondlik voor. Gümnaasiumi ülesannete lahendused

Eessõna

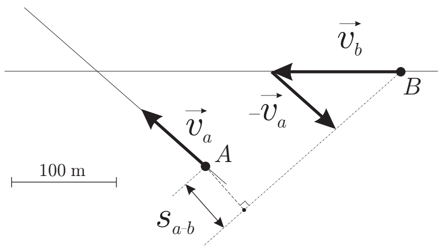
Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindega. Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem juhindudes juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga) kuni 50% (sisuline viga).

1. ülesanne (*PENDEL*)

Koormisele mõjub raskusjõu moment $M = mgl\sin\alpha$ [**3 p.**]. Kang püsib paigal, kui see on väiksem hõõrdejõu momendist M, seega $mgl\sin\alpha < M$ [**2 p.**], millest $\sin\alpha < \frac{M}{mgl}$ [**1 p.**].

2. ülesanne (*AUTOD*)

Kanname joonisele autode A ja B kiirusvektorid suvalises mõõtkavas (st vektorite moodulid suhtuvad nagu 40:60) [**1 p.**]. Leiame nende vektorite vahe, see on autode suhteline kiirus [**2 p.**]. Tõmmates ühe auto juurest selle vektori sihilise sirge leiame tema trajektoori teise autoga seotud süsteemis [**1 p.**]. Teise auto kaugus sellest sirgest annabki vastuse [**2 p.**]. Mõõtkava arvestamine ja mõistlik numbriline tulemus (*ca* 60 m) — [**2 p.**].



3. ülesanne (*TULEHÕÕRUMINE*)

Varda pöörlemisel muutub soojuseks hõõrdejõu ületamiseks tehtud töö [**1 p.**]. Toru otspinna ja aluse vahel mõjub hõõrdejõud F_h, mis võrdub pinnaga ristuva rõhumisjõu ja hõõrdeteguri korrutisega. Rõhumisjõuks on jõud F, millega surutakse toru vastu alust. Seega $F_h = \mu F$ [**1 p.**]. Kui toru teeb ühe pöörde, siis läbib toru sein teepikkuse $L = \pi D$ [**1 p.**]. Hõõrdejõu ületamiseks tehti ühe pöörde läbimisel töö $A = F_h L$ [**2 p.**]. Kui toru pöörleb sagedusega f, siis aja t jooksul teeb toru $N = ft$ pööret [**1 p.**]. Kokku eraldub toru pöörlemisel soojushulk

$$Q = AN = \mu F \pi D f t. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

4. ülesanne (*JÄÄKUUL*)

Rõhk kuuli sees kasvab seetõttu, et õhk kuulis soojeneb. Ülesande teksti põhjal võime eeldada, et õhu temperatuur kuuli sees on võrdne tema seinte temperatuuriga. Meie ülesandeks on kontrollida, kui palju on rõhk kasvanud selleks hetkeks, kui seinad hakkavad sulama, st on saavutanud temperatuuri $t_1 = 0$ °C [**2 p.**].

Eeldame, et kera soojuspaisumine on tühine. Siis on õhu ruumala keras konstantne. Isokoorilises protsessis kehtib seos

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_0}{T_0} \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

(indeksiga “0” tähistame gaasi omadusi külmikus ja indeksiga ”1”temperatuuril, mille juures seinad hakkavad sulama. Niisiis

$$p_1 = p_0 \frac{T_1}{T_0}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Kasutades seda tulemust saame avaldada rõhu suhtelise muutuse

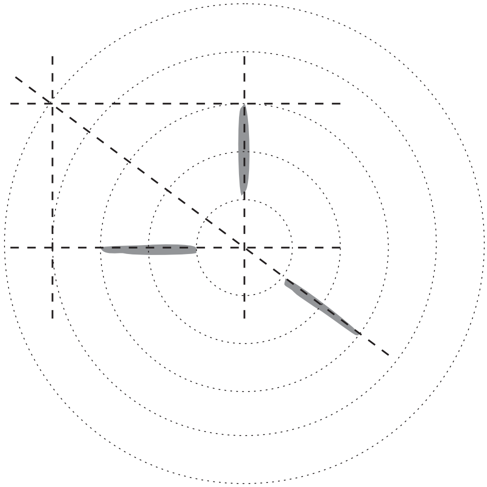
$$\frac{\Delta p}{p_0} = \frac{p_1 - p_0}{p_0} = \left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right). \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Leiame selle avaldise numbrilise väärtuse,

$$\frac{\Delta p}{p_0} \approx 9264 \approx 0{,}034 = 3{,}4\% \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

See on selgelt väiksem, kui kuuli seinte purunemispiir, st **kuul hakkab enne sulama** [**1 p.**] (kuid puruneb ilmselt ülerõhu tõttu enne lõplikku ära sulamist).

Märkus: Alternatiivse ja võrdväärse lahendusena võib leida, millise õhutemperatuuri juures saavutaks suhteline ülerõhk väärtuse 20% (selleks tuleb 317 K ehk 44°C) ja võrrelda seda jää sulamistemperatuuriga.



Joonis 1: Ülesanne 6

5. ülesanne (*KASTMISVESI*)

Kastmisvee anuma taha tekib kiirtega ristuvale tasandile ringikujuline vari. Samasugune vari tekiks ka ringist, mis paikneb risti päikesekiirtega. Seega neelavad võrdse raadiusega kera ja kiirtega risti olev ring valgust võrdselt, *sõltumata päikesevalguse langemise nurgast* [**2 p.**] (kui see asjaolu ei ole selgelt mainitud, kuid seda on faktiliselt lahenduses kasutatud, siis jäävad need 2 p. ikkagi välja andmata). Järelikult on veeanuma poolt ühes sekundis neelatav soojushulk $P = \varepsilon\pi R^2$ [**1 p.**]. Päeva jooksul saadav soojushulk $Q = P\tau$ [**1 p.**], kus ajavahemik $\tau = 22{,}5\,\mathrm{h} - 4{,}5\,\mathrm{h} = 18\,\mathrm{h} = 64\,800\,\mathrm{s}$ [**1 p.**]. Teisest küljest kulub see soojus vee soojendamisele, st $Q = C\Delta t$ [**1 p.**], kus Δt on vee temperatuuri muutus ja vee soojusmahtuvus $C = mc$ [**1 p.**] (C avaldis ei pea olema eraldi välja toodud). Siinjuures vee mass $m = (4/3)\,\pi R^3\rho$ [**1 p.**] (m avaldis ei pea olema eraldi välja toodud). Niisiis $\pi R^2 \cdot \varepsilon\tau = \frac{4}{3}\pi R^3\rho c\Delta t$, millest $\Delta t = \frac{3\varepsilon\tau}{4c\rho R}$ [**1 p.**] ja järelikult lõpptemperatuur

$$t = t_0 + \frac{3\varepsilon\tau}{4c\rho R}; \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

numbriliselt $t \approx 28\ {}^\circ\mathrm{C}$ [**1 p.**].

6. ülesanne (*KLAASKUUL*)

Tükikeste trajektooride järgi saab võrrelda kiiruste suundasid ja suuruseid, sest $s = vt_s$, kus t_s on säriaeg (alternatiivselt võib kasutada kaugust kukkumispunktist $S = vt_S$, kus t_S on ajavahemik mahakukkumishetkest säriaja lõpuni). Seega on jälgede pikkuste suhe (või jälgede lõpp-punktide kauguste suhe kukkumispunktist) võrdne kiiruste suhtega [**3 p.**]. Fotolt saame, et $s_1 \approx s_2 \approx s_3$ [**1 p.**], st $v_1 \approx v_2 \approx v_3$. Kuna kiiruste suunad on teada, siis on teada ka impulsside $\vec{p}_1 = m_1 v_1$, $\vec{p}_2 = m_2 v_2$ ja $\vec{p}_3 = m_3 v_3$ **suunad**. Et $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$ [**2 p.**], siis moodustavad need vektorid kolmnurga. Et selle kolmnurga külgede suunad on teada, siis on teada selle kolmnurga nurkade suurused ning kolmnurk määratud sarnasusteguri täpsusega (et meid huvitavad külgede pikkuste suhted, siis sellest täpsusest piisab). Niisiis konstrueerime fotole kolmurga, mille küljed on vastavalt paralleelsed kolme kuulikillu jäljega [**2 p.**]. Jooniselt leiame, et $p_1 : p_2 : p_3$ suhtuvad kui $3 : 4 : 5$ [**1 p.**]. Kombineerides seda nüüd eelmise tulemusega $v_1 \approx v_2 \approx v_3$ saame, et $m_1 : m_2 : m_3$ suhtuvad kui $3 : 4 : 5$ [**1 p.**].

7. ülesanne (*KUUP*)

Kui auku ei oleks, oleks väljatugevus sümmeetria tõttu 0 [**3 p.**]. Antud olukord on ekvivalente auguta kuubiga + pindlaenguga $-\sigma$ ruut mõõtmetega $b \times b$ ühe tahu keskel [**3 p.**]. See moodustab laengu $q = -\sigma b^2$ [**1 p.**], mis tekitab väljatugevuse kuubi keskel

$$E = \frac{\sigma b^2}{\pi \epsilon_0 a^2}. \quad [\mathbf{3\ p.}]$$

8. ülesanne (*AKU LAADIMINE*)

Tähistame pinge aku klemmidel U ning voolutugevuse akus I. Voolutugevus takistis R_2 on seega U/R_2 [**2 p.**] ja voolutugevus takistis R_1 avaldub $U/R_2 + I$ [**2 p.**]. Seega

$$U + \left(\frac{U}{R_2} + I\right) R_1 = U_0 \quad \Rightarrow \quad UR_1 - (U_0 - U)R_2 + IR_1R_2 = 0, \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

kus $U_0 = 6\,\mathrm{V}$. Laadimisgraafikult leiame, et maksimaalne vool $I = 0{,}1\,\mathrm{A}$ vastab pingele $U = 1{,}2\,\mathrm{V}$ [**1 p.**], kui aga $U = 1{,}5\,\mathrm{V}$ siis peab olema $I = 0$ [**1 p.**]. Seega R_1 ja R_2 määramiseks saame võrrandisüsteemi

$$1{,}2R_1 - 4{,}8R_2 + 0{,}1R_1R_2 = 0, \qquad 1{,}5R_1 - 4{,}5R_2 = 0. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Selle lahend on $R_1 = 12\,\Omega$, $R_2 = 4\,\Omega$ [**2 p.**].

Juhtnöörid alternatiivsete lahenduskäikude hindamiseks: seose leidmine aku pinge ja laadimisvoolu tugevuse vahel — [**5 p.**]. Korrektse võrrandisüsteemi koostamine R_1 ja R_2 leidmiseks kasutades laadimisgraafikut ja esitatud tingimusi — [**3 p.**]. Võrrandisüsteemi lahendamine ning R_1 ja R_2 õige numbrilise väärtuse leidmine — [**2 p.**].

9. ülesanne (*PLOKID*)

Valime x-telje suuna vertikaalselt üles. Vahelmised koormised (kõik kolm) hakkavad liikuma *kõik võrdse kiirendusega* a_0 [**2 p.**] (kahe ploki kiirenduse võrdsuse eest ainult 1 p.):

$$Ma_0 = 2T - Mg. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Äärmised koormised hakkavad liikuma kiirendusega a_1:

$$\gamma M a_1 = T - \gamma M g. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Neist võrranditest saame:

$$2\gamma a_1 - a_0 = g - 2\gamma g. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Arvestame ka nöör venimatust: $a_1 = -3a_0$ [**3 p.**] (sealhulgas miinusmärgi eest 1p), millest tulenevalt

$$-2\gamma a_1 - \frac{a_1}{3} = (2\gamma - 1)\,g \quad \Rightarrow \quad a_1 = \frac{1-2\gamma}{2\gamma + 1/3}\,g\,. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Äärmised koormised hakkavad langema, kui a_1 on negatiivne, selleks on vajalik, et

$$1 - 2\gamma < 0 \quad \Rightarrow \quad \gamma > \frac{1}{2}\,. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

10. ülesanne (*KÄRBES*)

Arvestades väikeste nurkade korral kehtivat lähendust $\tan\alpha \approx \sin\alpha \approx \alpha$, võime murdumisseaduse kirjutada kujul:

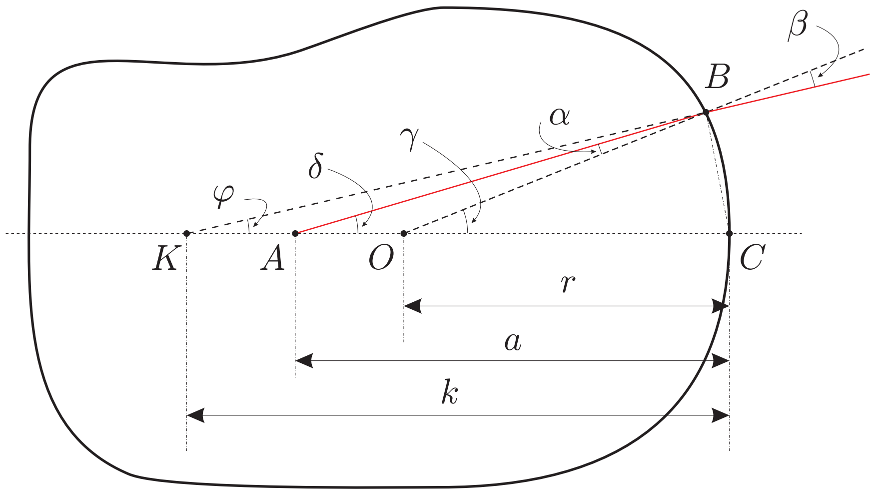
$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = n \approx \frac{\beta}{\alpha}\,. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Kolmnurkade $\triangle OCB$, $\triangle ACB$ ja $\triangle KCB$ kaudu avaldame kaare $\widehat{BC}$

$$\gamma r = \delta a = \varphi k = \widehat{BC}. \quad [\mathbf{4\ p.}]$$

Kolmnurkade $\triangle KAB$ ja $\triangle AOB$ kaudu avaldame nurga $\angle BOC$

$$\alpha + \delta = \gamma \quad \text{ja} \quad \beta + \varphi = \gamma. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$



Saame

$$(\gamma - \alpha)\, a = \gamma r \qquad \Rightarrow \qquad \gamma\,(a - r) = \alpha a$$
$$(\gamma - \beta)\, k = \gamma r \qquad \Rightarrow \qquad \gamma\,(k - r) = \beta k \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Paneme tähele, et need kaks võrrandit oleks saanud otse siinusteoreemist kolmnurkade $\triangle AOB$ ja $\triangle KOB$ arvestusega, et tänu nurkade φ, δ ja γ väiksusele $|KB| \approx k$ ja $|AB| \approx a$. Siinusteoreemi selline rakendamine asendab kolme etappi eespool ja on seega väärt 4+2+2=8p.

Arvestades, et $\beta/\alpha \approx n$, saame

$$\frac{a-r}{k-r} = \frac{a}{nk} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{nrk}{nk - k + r} = \frac{1{,}6 \cdot 3 \cdot 5}{1{,}6 \cdot 5 - 5 + 3} = 4\,\mathrm{mm}. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

E1. (*VEDELIK*)

Valmistame kõrrest ja plastiliinist tiheduse mõõtmiseks vajaliku seadme — areomeetri. [**1 p.**]

Olgu areomeetri kogumass m ning sukeldunud ruumalad vastavalt V_1 (tuntud vedelik nr. 1), V_2 (tuntud vedelik nr. 2) ja V_3 (tundmatu vedelik nr. 3). Areomeetri vedelikus ujumise korral on täidetud tingimus

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 = \rho_3 V_3 = m. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Võtame kõrrel (ristlõikepindalaga S) null-nivooks sukeldumissügavuse vedeliku "3"puhul ning olgu sukeldumissügavused ülejäänud kahe vedeliku korral vastavalt h_1 ja h_2 (need on märgiga suurused). Siis

$$V_1 = V_3 + h_1 S,\ V_2 = V_3 + h_2 S \quad [\mathbf{1\ p.}].$$

Kirjutame esimesed võrrandid ümber kujul

$$V_3 = \frac{m}{\rho_3},\ V_3 + Sh_2 = \frac{m}{\rho_2},\ V_3 + Sh_1 = \frac{m}{\rho_1} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_3} = \frac{Sh_2}{m},\ \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_3} = \frac{Sh_1}{m} \quad [\mathbf{1\ p.}].$$

Sellest võrrandisüsteemist saame avaldada otsitava tiheduse ρ_3:

$$\rho_3 = \frac{h_1 - h_2}{\frac{h_1}{\rho_2} - \frac{h_2}{\rho_1}} \quad [\mathbf{1\ p.}].$$

Mõõtmised: Mõõtmised on dokumenteeritud ja nende põhjal on leitud ρ [**1 p.**]; tulemus on tõepärane [**1 p.**]. Mõõtmisi on korratud mitu korda [**1 p.**]. Hinnatud on mõõteviga [**2 p.**].

Alternatiivne (ebatäpne) lahendus. Eeldame, et areomeetri sukeldumissügavus on võrdeline vedeliku tihedusega:

$$h_1 = k(\rho_1 - \rho_3),\ h_2 = k(\rho_2 - \rho_3) \quad [\mathbf{1\ p.}],$$

kus nivood on jällegi mõõdetud tundmatu vedeliku sukeldumissügavuse suhtes. Siit leiame

$$\rho_3 = \frac{\rho_2 h_1 - \rho_1 h_2}{h_1 - h_2} \quad [\mathbf{1\ p.}].$$

Niisiis saab sellise lahenduse puhul lõppvalemi eest 4 p. asemel 2 p. Juhul, kui seesama ligikaudne valem on tuletatud põhialustest (Archimedese seadus) lähtudes, kuid on kasutatud lähendust $|\rho_1 - \rho_2| \ll \rho_1$ ja $|\rho_1 - \rho_3| \ll \rho_1$, siis lisandub üks punkt (st valemi eest kokku 3 p.).

E2. (*SÜSTAL*)

Kolvi pindala saab avaldada kui

$$S = \frac{V_s}{l},$$

kus V_s on süstla ruumala kolvi mingi asetuse korral ja l on vastav kolvi käik.

Hõõrdejõu saame leida, kui suleme süstla otsa sõrmega jättes sisse mingi koguse gaasi V_0 rõhul p_0, seejärel surudes gaasi kokku ja lastes gaasil kolb tagasi suruda. Kolb hakkab tekkinud rõhkude vahe mõjul liikuma tagasi kuni hõõrdejõud tasakaalustatakse gaasi rõhuvahest põhjustatud jõu poolt ja seega saame hõõrdejõu avaldada $F = S\Delta p$, kus Δp on rõhkude erinevus süstla sees ja süstlast väljas.

Eeldades, et temperatuur on konstantne, saame rakendada Boyle-Mariotte'i seadust:

$$p_0V_0 = p_1V_1 \quad \Rightarrow \quad p_1 = p_0\,\frac{V_0}{V_1} \quad \Rightarrow \quad \Delta p = p_0\,\frac{V_1 - V_0}{V_1} = \frac{p_0\Delta V}{V_1}\,.$$

Ja seega saame hõõrdejõu suuruseks:

$$F = S\Delta p = \frac{V}{l}\,\frac{p_0\Delta V}{V_1}\,.$$

Mõõtmised võiks teha nii surudes gaas kokku kui ka hõrendades gaasi ja tulemuseks võtta saadud hõõrdejõu keskmise.

Märkus: küsimus, kas vaadeldav protsess süstlas oleva gaasiga on adiabaatiline või isotermiline ei ole triviaalne; vale eelduse kasutamine tekitab 1,4-kordse vea. Õhu difusioonikonstandi abil võib hinnata soojusjuhtivuse tõttu toimuva temperatuuri ühtlustumise karakteerset aega, see tuleb suurusjärgus 1 s. Niisiis tuleks hoolt kanda, et kolvi liigutamine ei toimu väga kiiresti. Antud aspekti analüüsimata jätmise eest punkte alandada pole vaja.

Hindamine: Katse püstituse kirjeldamine — [**2 p.**]. Hõõrdejõu avaldise tuletamine — [**4 p.**]. Mõõtmiste teostamine ja jõu väärtuse arvutamine — [**2 p.**]. Katse korraldamine kahel erineval viisil (gaasi surudes ja hõrendades) ning keskmise võtmine — [**2 p.**]. Tulemus on tõepärane — [**1 p.**]. Mõõtmisi on korratud mitu korda — [**1 p.**]. Mõõtevea hindamine — [**2 p.**].