Eesti koolinoorte 58. füüsikaolümpiaad

29. jaanuar 2011. a. Piirkondlik voor. Gümnaasiumi ülesannete lahendused

Eessõna

Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindega. Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem, juhindudes võimalusel juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga) kuni 50% (sisuline viga).

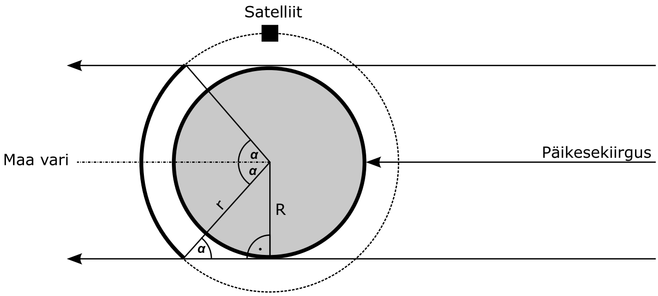
1. (*KOKKUPÕRGE*)

***a*)** Autode kiirused on võrdsed ja vastassuunalised. Seetõttu on koguimpulss võrdne nulliga ja autod jäävad pärast kokkupõrget paigale [**1 p.**]. Kogu esialgne kineetiline energia kulub purustuste tekitamiseks. Selleks on $2\frac{mv_a{}^2}{2} = mv_a{}^2$ [**1 p.**]. Autode kiirused on 50 km/h = 13,9 m/s [**0,5 p.**] ja koguenergia on 289 kJ [**0,5 p.**].

***b*)** *Võimalus 1*: Minnes üle massikeskme taustsüsteemi taandub *b*) osa *a*) olukorraks. Purustustele kuluv energia on seega 289 kJ [**3 p.**].

Võimalus 2: Sel korral on kineetiline energia enne põrget $\frac{mv_b{}^2}{2}$ Koguimpulsiks on $p = mv_b$. Impulsi jäävuse seaduse kohaselt $mv_b = 2mv$ [**1 p.**], kus v on mõlema auto kiirus pärast kokkupõrget. Seetõttu omavad autod pärast põrget kokku kineetilist energiat $2\frac{mv^2}{2} = mv^2 = \frac{1}{4}mv_b^2$ [**1 p.**]. Purustustele kuluv energia on algse ja lõpliku kineetilise energia vahe $\frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{4}mv_b^2 = \frac{1}{4}mv_b^2$ [**0,5 p.**]. Selle arvväärtus on 289 kJ [**0,5 p.**].

2. (*SATELLIIT*)



Ringikujulisel orbiidil on satelliidi kiirus kogu orbitaalperioodi jooksul konstantne ja seetõttu on varjus veedetud osa ajast võrdne orbiidi varjus oleva osa pikkuse ja kogu orbiidi pikkuse suhtega, mis on ülal toodud jooniselt leitav kui

$$k = \frac{2\alpha r}{2\pi r} = \frac{\arcsin\left(\frac{R}{r}\right)}{\pi} = 36{,}5\%.$$

Hindamisjuhend:
1) Selgitus, et varjus oleva orbiidi lõigu pikkuse (või nurkläbimõõdu) suhe kogu orbiidi pikkusesse (või täisringi) vastabki sellele, kui suure osa ajast satelliit Maa varjus veedab. [**1 p.**]
2) Joonis. [**2 p.**]
3) Joonise põhjal varjus oldud orbiidi lõigule vastava nurga α avaldamine. [**2 p.**]
4) Õige lõppvastus. [**1 p.**]

Märkus: Lähenduse $\sin(\alpha) = \alpha$ kasutamisel saab maksimaalselt pooled punktidest.

3. (*KÜTTESÜSTEEM*)

Ülesande ideeks on, et küttesüsteemis olev vesi paisub soojenemisel [**2 p.**]. Paisumisel lisanduva ruumala jaoks peab olema paisupaagis piisavalt lisaruumi. Vajalik ruumala on

$$V - V_1 = V_0(1+\beta t_2) - V_0(1+\beta t_1) = \frac{V_1\beta}{1+\beta t_1}(t_2 - t_1). \quad [\mathbf{3\ p.}]$$

Vajalik vaba ruum paisupaagis on seega $V - V_1 \approx 4{,}0$ liitrit. [**1 p.**]

4. (*RONGIÕNNETUS*)

Teisendades kiirusühikuid, saame $v_1 = 17{,}5$ m/s [**0,5 p.**] ning $v_2 = 5$ m/s [**0,5 p.**]. Olgu t aeg, mis möödus kokkupõrkeni. Kaubarong läbis teepikkuse $s_1 = v_1 t + \frac{1}{2} a_1 t^2$. [**1 p.**] Elektrirong läbis teepikkuse $s_2 = v_2 t + \frac{1}{2} a_2 t^2$. [**1 p.**] Kuna $s = s_1 + s_2$, siis

$$s = (v_1 + v_2)t + \frac{1}{2}(a_1 + a_2)t^2. \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Lahendades ruutvõrrandi, leiame $t = 109$ s. [**1 p.**] Seega kaubarongi kiirus oli kokkupõrke hetkel $v_k = v_1 + a_1 t = 6{,}6$ m/s [**1 p.**] ehk 24 km/h, elektrirongi oma $v_e = v_2 + a_2 t = 21{,}4$ m/s [**1 p.**] ehk 77 km/h.

5. (*LIIVAHUNNIK*)

Liivahunniku maksimaalse kõrguse saavutamiseks peavad pindmised liivakihid olema libisemise äärel, ehk kehtib $\tan(\alpha) = \frac{h}{R} = \mu$, kus α on nurk maa ja koonuse moodustaja vahel, R hunniku aluse raadius ja h hunniku kõrgus. Liiva ruumala $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi R^3 \mu$, millest $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{\pi\mu}}$, ning hunniku aluse pindala $S = \pi R^2 = \sqrt[3]{9\pi(\frac{V}{\mu})^2} \approx 52.4\ \mathrm{m}^2$.

Hindamisjuhend:
1) Seose $\tan\alpha = \frac{h}{R} = \mu$ märkamine või selle tuletamine. [**3 p.**]
2) Koonuse ruumala valemi teadmine. [**2 p.**]
3) Mõistmine, et koonuse alus on ring. Ringi pindala avaldamine antud suuruste kaudu. [**1+1 p.**]
4) Õige arvulise vastuse leidmine. [**1 p.**]

6. (*PATAREI*)

Olgu r patarei sisetakistus. Mõlemal juhul on tekitatud elektromotoorjõud sama, seega $I_1(R + r) = I_2(2R + r)$. Sealt avaldame $r = \frac{2I_2 - I_1}{I_1 - I_2} R$.

a) Kui r on väiksem kui R, siis $\frac{2I_2 - I_1}{I_1 - I_2} < 1$, kust saame tingimuse $I_2/I_1 < 2/3$. Samas teame, et r vähim võimalik väärtus on 0, seetõttu kehtib alati $I_2/I_1 \geq 1/2$. Kokku saame, et $1/2 \leq I_2/I_1 < 2/3$.

b) Maksimaalne I_2/I_1 võimalik väärtus on 1 (kui $r \gg R$). Seega $2/3 < I_2/I_1 \leq 1$.

Hindamisjuhend:
1) Ohmi seaduse kasutamine 1. ja 2. vooluringi jaoks. [**1+1 p.**]
2) r või R avaldamine üksteise kaudu. [**2 p.**]
3) Juhu a) jaoks võrratus ja avaldamine. [**1+1 p.**]
4) Juhu b) jaoks võrratus ja avaldamine. [**1+1 p.**]

7. (*PENDEL*)

Esialgse hinnangu perioodile, $\tau = 2{,}425$ s, saame $\tau_1 = t_2 - t_1$ ja $\tau_2 = t_4 - t_3$ keskmisest. Seda kasutades näeme, et t_1 ja t_3 vahel pidi toimuma täpselt 24 võnget, samamoodi t_2 ja t_4 vahel. Saame kaks sõltumatut mõõtmist 24 võnke kestuse kohta: $\tau'_1 = (t_3 - t_1)/24 = 2{,}4146$ s ja $\tau'_2 = (t_4 - t_2)/24 = 2{,}4125$ s. Nende keskmine annab meie hinnangu pendli perioodi kohta, $\tau' = 2{,}4135 \text{ s} \approx 2{,}414$ s.

Hindamisjuhend:
1) Esialgne hinnang perioodile. [**2 p.**]
2) Arusaamine, et pikemates ajavahemikes peab olema täpselt täisarv võnkeid. [**1 p.**]
3) Kahe pikema ajavahemiku valik. [**1 p.**]
4) Valitud ajavahemike jaoks täisvõngete arvu leidmine. [**2 p.**]
5) Lõplik hinnang perioodile. [**2 p.**]

Kui alampunktides 3 või 5 on kasutatud kahe ajavahemiku asemel ühte, anda vastava alampunkti eest pooled punktid.

Kui õpilane annab lõppvastuseks τ_1 ja τ_2 keskmise, anda 2 punkti.

8. (*LANGEV TAKISTI*)

Lahendus 1. Raami läbiva magnetvoo suuruse muutus põhjustab raamis elektromotoorjõu $\mathcal{E} = d\Phi/dt = Blv$ [**3 p.**]. Elektromotoorjõud põhjustab raamis voolu $I = \mathcal{E}/R$ [**2 p.**]. Magnetväljas mõjub vooluga juhtmele jõud $F = BIl$ [**2 p.**], mis peab olema tasakaalus raskusjõuga mg [**1 p.**]. Elimineerides I ja $\mathcal{E}$ leiame

$$mg = \frac{B^2 l^2 v}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{mgR}{B^2 d^2} \qquad [\mathbf{2\ p.}].$$

Lahendus 2. Lahendus lähub energia jäävuse seadusest [**1 p.**]. Gravitatsioonijõudu töö võimsus on $P = mgv$ [**2 p.**]. Elektrilise töö võimsus peab sellega võrduma, seega $P = mgv = U^2/R$ [**2 p.**]. Pinge saab arvutada Faraday seadusest, mis ütleb, et pinge on võrdne kontuuri läbiva magnetvoo muutumise kiirusega [**1 p.**]. Magnetvoo muutumise kiirus on $d\Phi/dt = Bdv$ [**2 p.**]. Asendades selle eelmisesse võrrandisse ja avaldades v saame

$$v = \frac{mgR}{B^2 d^2} \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

9. (*VÕIDUSÕIDUAUTO*)

Helisageduse asemel võime vaadata selle pöördväärtust ehk võnkeperioodi T. Esmalt uurime, missugune on helilaine periood pealtvaataja jaoks, kui auto liigub temast eemale. Asugu auto alghetkel pealtvaatajast kaugusel x. Sel hetkel auto juurest liikuma hakanud lainehari jõuab vaatajani aja $t_1 = \frac{x}{v_h}$ pärast. Siin tähistab v_h heli levimise kiirust õhus. Autosistuja jaoks on helilaine periood T ja selle möödudes hakkab autost levima järgmine lainehari. Aja T jooksul on auto liikunud pealtvaatajast vahemaa vT võrra kaugemale, kus v on auto kiirus vaatleja suhtes. Seetõttu jõuab järgmine lainehari pealtvaatajani

$$t_2 = T + \frac{x + vT}{v_h} \text{ pärast alghetke. } [\mathbf{2\ p.}]$$

t_2 ja t_1 vahe ongi helilaine periood vaatleja jaoks, kellest auto eemaldub.

$$T_{eem} = t_2 - t_1 = T + \frac{x + vT}{v_h} - \frac{x}{v_h} = T + \frac{vT}{v_h} = T\left(1 + \frac{v}{v_h}\right) \ [\mathbf{2\ p.}]$$

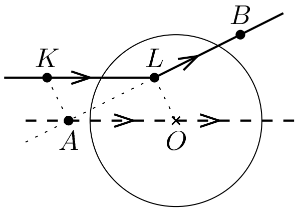
(Doppleri valemi teadmise eest saab siit samuti täispunktid.)

Kui auto läheneb vaatlejale, on tema kiirus pealtvaataja suhtes negatiivne ja $T_{l\ddot{a}h} = T\left(1 - \frac{v}{v_h}\right)$ [**1 p.**]. Paneme tähele, et lähenemisel periood vaatleja jaoks lüheneb ja eemaldumisel pikeneb [**1 p.**]. Antud juhul pikeneb perioos möödasõidul kaks korda.

$$T_{eem} = 2T_{l\ddot{a}h}$$
$$T\left(1 + \frac{v}{v_h}\right) = 2T\left(1 - \frac{v}{v_h}\right) \ [\mathbf{2\ p.}]$$
$$v = \frac{v_h}{3} \ [\mathbf{1\ p.}]$$

Heli kiirus õhus on $v_h = 330$ m/s. Seega on võidusõiduauto kiirus 110 m/s ehk ≈ 400 km/h [**1 p.**].

10. (*NÕGUSLÄÄTS EESTVAATES*)



Kui nõgusläätsele langevad paralleelsed kiired, lõikuvad murdunud kiirte pikendused eesmisel fokaaltasandil. Joonistame antud kiirega paralleelse abikiire (optilise kõrvaltelje, joonisel AO), mis läbib läätse optilist keskpunkti. See abikiir ei murdu, seega ühtib oma läätse läbimise järgse osa pikendusega. Tema lõikepunkti eesmise fokaaltasandiga (punkti A) leiame tõigast, et lõik AO on lõigu KL paralleellüke. Küsitav murdunud kiir asub siis sirgel AL. Lääts asub täpselt oma fokaaltasandite vahel keskel, seetõttu poolitab punkt L lõigu AB, kus B on küsitav murdunud kiire lõikepunkt tagumise fokaaltasandiga. Järelikult saame punkti B, kui peegeldame punkti A punkti L suhtes ($|AL| = |LB|$).

Hindamisjuhend:

1) Kui nõgusläätsele langevad paralleelsed kiired, lõikuvad murdunud kiirte pikendused eesmisel fokaaltasandil. [**3 p.**]

2) Optilise kõrvaltelje joonestamine. [**2 p.**]

3) Murdunud kiire joonestamine. [**4 p.**]

4) Murdunud kiire lõikepunkti leidmine tagumise fokaaltasandiga. [**3 p.**]

E1. (*LUUBI SUURENDUS*)

Asetame luubi millimeetripaberist erinevatele kaugustele ja võrdleme erinevatel kaugustel ruudustiku suurust läbi luubi ja ilma luubita. Mõõdame luubi kaugused millimeetripaberist ja hindame vastavad suurendused. Joonestame graafiku, millel on antud suurenduse sõltuvus eseme kaugusest luubist, kanname graafiku väljale punktid ja ühendame need.

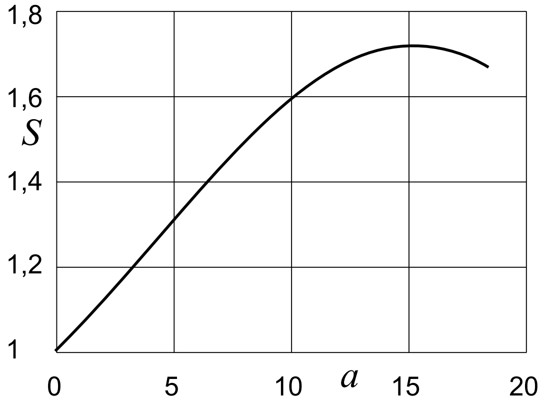
Teoreetiliselt tuletatud avaldis luubi suurenduse jaoks (vastavalt tekstis toodud definitsioonile):

$$S = \frac{fl}{l(f-a)+a^2},$$

kus l on silma ja objekti vahekaugus ning a — objekti ja läätse vahekaugus. Kui $f > l/2$, siis omab suurendus kui funktsioon a-st maksimumi $a = l/2$ juures,

$$S_m = \frac{f}{f - l/4}.$$

Väärtuste $l = 30\,\text{cm}$ ja $f = 18\,\text{cm}$ jaoks on graafik toodud juuresoleval joonisel.



Hindamisjuhend:
1) Idee katse teostamiseks. [**3 p.**]
2) 4-5 erineval kaugusel mõõtmist. [**2 p.**]
3) Mõõtmiste põhjal suurenduste arvutamine. [**2 p.**]
4) Tulemuste arvväärtused on mõistlikud (±30%). [**1 p.**]
5) Korrektne graafik. [**2 p.**]

E2. (*NIIT*)

Lahendusidee on kasutada kangimeetodit niidi katkemispinge määramiseks: asetame joonlaua ühele otsale klotsi ja teise otsa külge seome niidi; kinnitamiseks kasutatav aas niidi küljes peab olema piisavalt suur, et niit ei katkeks mitte aasa kohalt vaid sõlme kohalt või (eelistatult) allpool sõlme. Kangkaalu toetuspunktina kasutame laua serva. Muutes üle lauaserva ulatuva joonlauaosa pikkust leiame maksimaalse pikkuse l_1, mille puhul niit katkeb, kui allapoole sikutades üritame klotsi kergitada. Selle meetodi eest **2 punkti**. Kui kaugus lauaservast klotsi keskpunktini on l_2 ning kaugus joonlaua keskpunktini L_1, klotsi mass M ja joonlaua mass m, siis jõumomentide tasakaalutingimusest saame avaldada niidi katkemispinge $T = (Ml_2 + mL_1)g/l_1$ (selle valemi eest **1,5 punkti**; kui puudub joonlaua massi arvestav liige, siis **1 punkt**). l_1, l_2 ja L_1 mõõtmise eest **3 × 0,5 punkti** (kui on mõõdetud teisi pikkusi, mille põhjal saab mainitud kolm pikkust arvutada, siis antakse loomulikult ikkagi 1,5 punkti). Klotsi massi leidmiseks kasutame analoogset kangkaalu meetodit: tasakaalustame joonlaua otsa paigutatud klotsi joonlaua massi abil (selle idee eest **2 punkti**). Kui joonlaua keskpunkt asub lauaservast kaugusel L_2 ja klotsi keskpunkt kaugusel l_3, siis $M = mL_2/l_3$ (valemi eest **1 punkt**, arvutuste eest **1 punkt**). L_2 ja l_3 mõõtmiste eest **2 × 0,5 punkti**. Korduvmõõtmiste sooritamise eest **1 punkt**. Mõistlikus suurusjärgus vastuse eest **1 punkt**; kui vastus erineb õigest väärtusest enam kui 1,5 korda või lõppvastusest on ühikud puudu (kuid lahenduse põhjal on arusaadav, mis ühikud peaksid olema, siis 0,5 punkti); kui vastus erineb õigest väärtusest enam kui 2 korda (või ühikud puuduvad ning lahenduse/arvutuste põhjal pole võimalik aru saada, mis ühikud peaksid olema), siis 0 punkti.