# Eesti koolinoorte 60. füüsikaolümpiaad

*26. jaanuar 2013. a. Piirkondlik voor.*

*Gümnaasiumi lahendused*

**1.** (*RONG*) Olgu rongi maksimaalne kiirus $v$ ning kogu sõiduaeg $t$. Kiirendamise jooksul on keskmine kiirus $v/2$ [**1 p.**] ning sellele kulub aega $\frac{2t}{5}$. Pidurdamine võtab aega $\frac{t}{5}$ ning ka selle jooksul on keskmine kiirus $v/2$ [**1 p.**]. Kogu sõidu keskmine kiirus on seega

$$v_k = \frac{\frac{2t}{5}\frac{v}{2} + \frac{2t}{5}v + \frac{t}{5}\frac{v}{2}}{t} = \frac{7}{10}v \quad [\mathbf{3\ p.}]$$

Kokku $v = \frac{10}{7}v_k \approx 51\,\mathrm{km/h}$ [**1 p.**].

**2.** (*VEEPUDEL*) Idee. Vesi jäätub temperatuuril $0\,°\mathrm{C}$. Osa vee jäätumisel eralduvast soojushulgast läheb allajahtunud vee soojendamiseks jäätumistemperatuurile.

$Q_{\mathrm{tahkumine}} = Q_{\mathrm{soojenemine}}$. [**1 p.**]

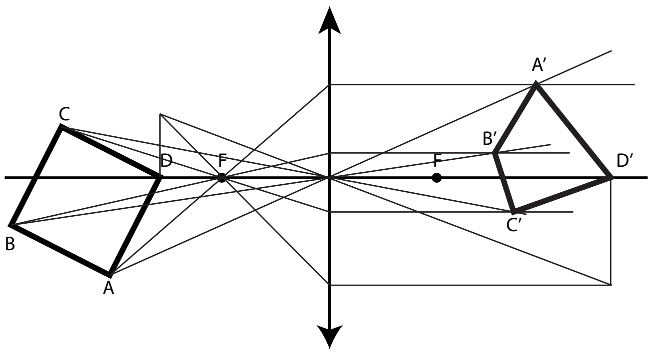
Valemite teadmine ja nende seostamine $cm\Delta t = \lambda m_{\mathrm{jää}}$. [**2 p.**]

Tekkinud jää massi avaldamine $m_{\mathrm{jää}} = \frac{cm\Delta t}{\lambda}$. [**1 p.**]

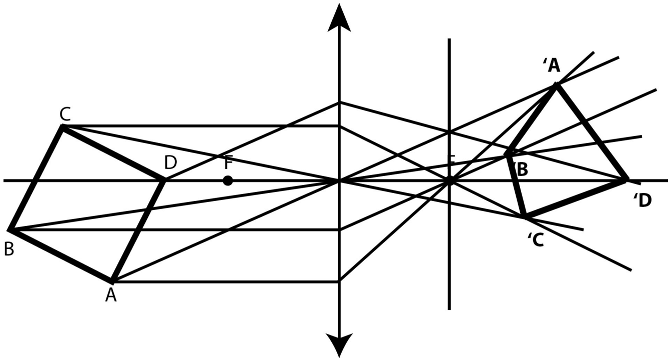
Arvutus, ühikud, õige vastus $m_{\mathrm{jää}} = \frac{4200\,\mathrm{J/kgK}\cdot 2\,\mathrm{kg}\cdot 3\,°\mathrm{C}}{340\,000\,\mathrm{J/kg}} = 74\,\mathrm{g}$. [**2 p.**]

**3.** (*KUJUTIS*) Õigesti määratud punktide $A'$, $B'$, $C'$, asukohad — iga asukoht [**1,5 p.**], kokku [**4,5 p.**]; Õigesti määratud punkti $D'$ asukoht — [**3,5 p.**].

Lahenduse 1. variant



Lahenduse 2. variant




**4.** (*KELGUTAJA*) Laps kelgutas vahemaa $l = h/\sin\alpha$ [**1 p.**]. Fikseeritud $h$ ja $t$ puhul on nõlva kalle vähim siis, kui hõõrdejõud puudub [**1 p.**]. Sel juhul on raskusjõu ja toereaktsiooni resultantjõu suund mööda nõlva alla ning see annab kelgule kiirenduse $a = g\sin\alpha$ [**2 p.**]. Kiirendus on konstantne, seega $l = \frac{at^2}{2}$ [**1 p.**]. Asendades vahemaa ja kiirenduse avaldised, saame $h/\sin\alpha = \frac{gt^2\sin\alpha}{2}$, millest leiame $\alpha = \arcsin(\sqrt{\frac{2h}{gt^2}})$ [**2 p.**]. Kasutades ülesandes toodud lähteandmeid, saame arvuliseks vastuseks $\alpha = 12^\circ$ [**1 p.**].

**5.** (*ELEKTRISKEEM*) *a)* Tekib kaks kontuuri, milles igaühes on üks vooluallikas ning kaks ampermeetrit. [**1 p.**] Voolud ampermeetritel 1 ja 3 leiame Ohmi seadusest: $I_1 = \frac{3\varepsilon}{r}$ [**1 p.**], $I_3 = \frac{\varepsilon}{r}$ [**1 p.**], voolu ampermeetril 2 aga Kirchoffi I seadusest: $I_2 = I_1 + I_3 = \frac{4\varepsilon}{r}$ [**1,5 p.**]
*b)* Ilmselt $I_2 = 0$. [**1 p.**] Tekib üks kontuur, mis sisaldab kahte vooluallikat. Voolutugevuse kontuuris leiame Kirchoffi II seadusest:

$$I_1 = I_3 = \frac{3\varepsilon - \varepsilon}{r + r} = \frac{\varepsilon}{r}. \quad [\mathbf{2{,}5\ p.}]$$

**6.** (*PÄIKESE TIHEDUS*) Päikese raadius on $r = \frac{R\sin\alpha}{2}$ [**1 p.**] ja ruumala $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ [**1 p.**]. Maa joonkiirus oma orbiidil ümber Päikese on $v = \frac{2\pi R}{T}$ [**1 p.**]. Et Maa püsiks oma orbiidil, peab sellele mõjuma kesktõmbejõud $F = \frac{mv^2}{R}$ [**1 p.**], kus $m$ on Maa mass. See kesktõmbejõud on teadagi Maa ja Päikese vaheline gravitatsioonijõud $G\frac{mM}{R^2}$ [**1 p.**], kus $M$ on Päikese mass, seega $\frac{mv^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}$ [**1 p.**]. Saame $M = \frac{Rv^2}{G}$ [**1 p.**]. Päikese tihedus avaldub seosest $\varrho = \frac{M}{V}$ [**1 p.**],

$$\varrho = \frac{Rv^2}{G}\frac{3}{4\pi r^3} = \frac{24\pi R^3}{GT^2\sin^3\alpha} = 1{,}4 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3} \quad [\mathbf{2\ p.}]\ .$$

**7.** (*VEEKLAAS*) Õhu ruumala klaasis enne vee väljavoolamist $V_0 = \pi r^2(H-h)$. [**1 p.**] Pärast väljavoolamist oli õhu ruumala $V_1 = V_0 + V$ ja vee ruumala $V_2 = \pi r^2 h - V$. [**1 p.**] Veesamba kõrgus $h_2 = \frac{V_2}{\pi r^2}$, nii et vee kaalust tingitud lisarõhk põhjale $p_2 = \varrho g h_2 = \frac{\varrho g V_2}{\pi r^2}$. [**2 p.**] Õhurõhk vee kohal tuleneb isotermi olekuvõrrandist, $p_1 = \frac{pV_0}{V_1}$. [**2 p.**] Paberilehele mõjuvad jõud on tasakaalus: $mg + \pi r^2(p_1 + p_2) = \pi r^2 p$. [**2 p.**] Kõik kokku pannes [**2 p.**]

$$m = \frac{\pi r^2 p}{g} - \frac{\pi r^2 p(H-h)}{g\left(H - h + \frac{V}{\pi r^2}\right)} - \varrho\left(\pi r^2 h - V\right) = \frac{pV}{g\left(H - h + \frac{V}{\pi r^2}\right)} + \varrho\left(V - \pi r^2 h\right).$$

**8.** (*SÜSTAL*)

Olgu vee pindpinevustegur $\sigma$ ja tihedus $\varrho$, veetaseme muutus $\Delta h$, reservuaari raadius $r_2$ ja nõelaotsa raadius $r_1$. Süstlanõela otsast eraldub tilk, kui talle mõjuv raskusjõud saab võrdseks süstlaotsa pindpinevusjõuga [**2 p.**]. Kuna süstal on peen, siis arvestame, et vesi liigub nõelas hõõrde tõttu aeglaselt.

$$m_{tilk} g = 2\pi r_1 \sigma \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Eraldunud tilkade summaarne ruumala peab olema võrdne veekoguse muutusega süstla ülemises reservuaaris:

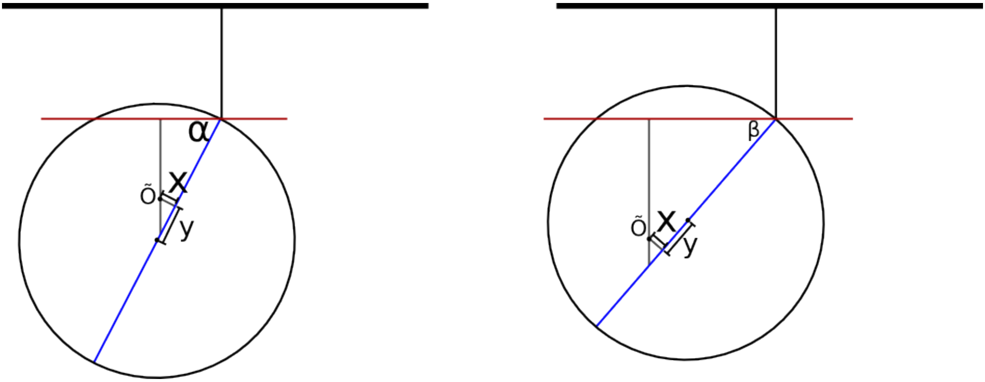
$$N \frac{m_{tilk}}{\varrho} = \pi r_2^2 \Delta h \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Selleks, et uurida, millal tilkumine lõppeb, vaatame hüdrostaatilist rõhku nõela otsas moodustuvas tilgakeses. Veetilgas raadiusega $r$ on pindpinevuse tõttu ülerõhk $\frac{2\sigma}{r}$. Kuna veetilk tekkib nõela otsas, siis on see rõhk suurim hetkel, mis tekkiva tilga raadius on $r = r_1$ [**2 p.**]. Olgu süstlanõela pikkus $l$, kirjutame rõhkude tasakaalu nõelaotsas hetkel, mil tilkumine peatub:

$$\frac{2\sigma}{r_1} = \varrho g(\Delta h + l) \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

See süsteem on lahenduv vaid siis, kui teeme hinnangu süstlanõela pikkuse kohta, ehk andes nõelapikkuse $\Delta h$ kordsetes [**2 p.**].

**9.** (*ÕÕNES KERA*)




Kui tegemist poleks õõnsa keraga, oleks selle mass $M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho = 33\,\mathrm{kg}$ [**1 p.**]. Mudeldame õõnsusega kera kui tervet kera, mille sees on negatiivse massiga $m' = 3\,\mathrm{kg}$ kera [**4 p.**] (kui seda pole pole otseselt mainitud, aga on lahendamisel õigesti kasutatud, anda täispunktid). Kera pöörab ennast nii, et tema masskese jääks kinnituspunkti alla [**1 p.**]. Olge õõnsuse keskpunkti (Õ) asukoha koordinaadid kera keskpunkti suhtes $x$ ja $y$. Nende leidmiseks kasutame jõumomentide tasakaalu kera keskpunkti suhtes. Saame võrrandisüsteemi: [**3 p.**]

$$Mr\cos\alpha = m'(r - y + x\tan\alpha)\cos\alpha$$

$$Mr\cos\beta = m'(r + y + x\tan\beta)\cos\beta$$

Õõnsuse ja kera keskpunktide vaheline kaugus on $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ [**1 p.**],

$$d = \frac{2r(\frac{M}{m'} - 1)}{\tan\alpha + \tan\beta}\sqrt{1 + \frac{1}{4}(\tan\alpha - \tan\beta)^2} = 80\,\mathrm{cm} \quad [\mathbf{2\ p.}]\ .$$

Vastusest näeme, et nende algandmetega oleks õõnsus pidanud asuma väljaspool metallkera, ehk siis Juku mõõtis ilmselt midagi valesti.

**10.** (*MASS-SPEKTROMEETER*) Potentsiaalide vahes $U$ kiirendatud laetud osake saab kineetilise energia $\frac{mv^2}{2} = qU$ [**1 p.**], siit avaldame osakese kiiruse: $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$ [**1 p.**]. Kuna magnetväli on kiirusega risti, hakkab laetud osake jõudes magnetvälja liikuma seal mööda ringjoone kaart [**1 p.**], kus ringjoone raadius $R = \frac{mv}{qB}$ [**3 p.**]. Selleks ajaks kui osake jõuab detektorini, on ta läbinud pool ringjoonest [**1 p.**]. Olgu $m_2$ raskema isotoobi mass ja $m_1$ kergema isotoobi mass. Sel juhul

$$2\left(\frac{m_1 v_1}{qB} - \frac{m_2 v_2}{qB}\right) = d \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Kirjutame selle ümber nii:

$$m_2v_2 = \frac{qBd}{2} + m_1v_1$$

Arvestades, et $v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}$ ja $v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}$ [**1 p.**], kus $e$ on elementaarlaeng, saame eelmise võrrandi ümber kirjutada:

$$\sqrt{m_2} = \sqrt{m_1} + \frac{Bd}{2}\sqrt{\frac{e}{2U}}$$

Võttes arvesse, et $m_2 = \frac{\mu_2}{N_A}$ ja $m_1 = \frac{\mu_1}{N_A}$ [**1 p.**], kus $N_A$ on Avogadro arv, saame:

$$\mu_2 = N_A\left(\sqrt{\frac{\mu_1}{N_A}} + \frac{Bd}{2}\sqrt{\frac{e}{2U}}\right)^2 \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

**E1.** (*SENDID*) Mündi ruumala saame leida valemist $V = S_ph$ [**0,5 p.**], kus $S_p = \pi d^2/4$ [**0,5 p.**].

Seega ruumalade suhte saame leida, kui leiame mündi diameetrite suhte ning paksuste suhte $\frac{V_{20}}{V_1} = \frac{d_{20}^2}{d_1^2}\frac{h_{20}}{h_1}$. [**0,5 p.**]

Diameetrite suhte leidmiseks vaatame, mitu korda mahuvad mündid A4 paberi ühe külje peale [**1,5 p.**]

Paberi pikema külje peale mahub 18,3 1-sendist ja 13,3 20-sendist, seega $d_{20}/d_1 = 18{,}3/13{,}3 = 1{,}38$. [**1 p.**] Diameetri suhte leidmiseks võib veeretada münte paberi peal ning vaadata mitu täisringi moodustab üks paberi külg. (Diameetrite suhte leidmine iga sarnase täpsusega meetodiga [**2,5 p.**])

Müntide paksuste leidmiseks voldime paberi kokku ning vaatame mitu kihti paberit on võrdne mündi paksusega [**1 p.**].

Joonistuspaberiga ($120\,\mathrm{g/cm^2}$) saame, et 1-sendine münt on 12 lehte paks ning 20-sendine münt on 15 lehte paks. Seega $h_{20}/h_1 = 15/12 = 1{,}25$. [**1 p.**]

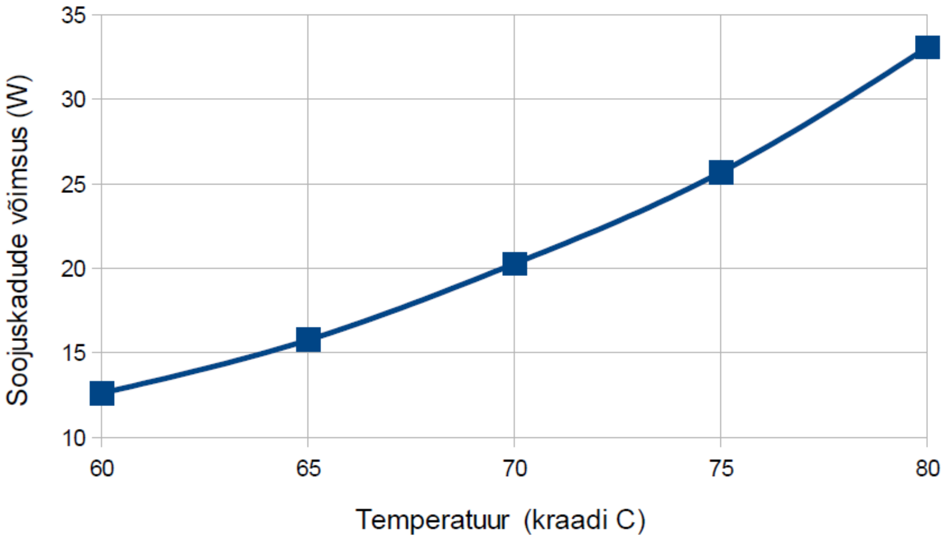
Müntide ruumalade suhe on seega $V_{20}/V_1 = 1{,}38^2 \cdot 1{,}25 = 2{,}38$.

Tulemus vahemikus 2,3-2,5 annab [**2 p.**], vahemikus 2,1-2,7 [**1 p.**].

Märkus: Täpne müntide ruumalade suhe on 2,4, kuid antud meetodiga tuleb ebatäpsus sisse müntide paksuste suhte leidmisel.

**E2.** (*VEE JAHTUMINE*) Kui kuum vesi on topsi valatud, tuleb sinna asetada termomeeter ning oodata, kuni selle näit on tõusmise lõpetanud. Vee temperatuuri ajasõltuvuse mõõtmiseks on täpseim lahendus märkida üles aeg, mis kulub iga täiskraadini jõudmiseks, alustades hiljemalt 81°C juurest ning lõpetades kõige varem 59°C juures. Sel ajal ei tohi topsi liigutada ega liigset tuult topsi kohal tekitada. Kindlasti tuleb mõõtmise ajal topsis olevat vett

termomeetriga segada, et selle temperatuur oleks ühtlane ning termomeeter mõõdaks tõesti kogu vee keskmist temperatuuri.
Teiseks tuleb leida topsis oleva vee mass. Selleks tuleb mõõta veetaseme kõrgus topsis $h$, topsi läbimõõt põhjas $d_1$ ja üleval $d_2$. Lähendades topsi silindriga, on selle keskmine pindala $S = \frac{1}{8}\pi(d_2^2 + d_1^2)$. (Täpne valem keskmise pindala jaoks on $S = \frac{1}{8}\pi\left(d_2^2 + d_1^2 - \frac{1}{3}(d_2 - d_1)^2\right)$.) Vee ruumala on siis ligikaudu $V = Sh$, sellest saame vee massi $m = \rho Sh$.
Soojuskadude võimsus temperatuuril $T$ on $N = \frac{Q}{\Delta t} = cm\frac{\Delta T}{\Delta t}$, kus temperatuurivahemiku $\Delta T$ keskmine on $T$ ning selle vahemiku läbimiseks kulus aega $\Delta t$. Piisab, kui $N$ on arvutatud viie erineva $T$ jaoks, näiteks 60°C, 65°C, 70°C, 75°C ja 80°C. Täpseim on valida $\Delta T = 2$°C, ehk siis näiteks 70°C-le vastava $N$ leidmiseks kasutada temperatuurivahemikku 71°C - 69°C.
Tulemuse graafikul peab soojuskadude võimsus temperatuuri tõustes suurenema. Arvväärtused sõltuvad kasutatud topsist (ja vee kogusest). Näiteks ühe läbi proovitud topsi puhul tulid soojuskaod 33 W temperatuuril 80°C ja 12 W temperatuuril 60°C.




Punktid:
Temperatuuri ajasõltuvuse mõõtmise meetodi kirjeldus [**1 p.**]
Topsis oleva vee segamine mõõtmise ajal [**1 p.**]
10 või rohkem mõõtepunkti temperatuurivahemikus 58°C kuni 82°C [**2 p.**]
8..9 mõõtepunkti [**1,5 p.**], 6..7 mõõtepunkti [**1 p.**], 4..5 mõõtepunkti [**0,5 p.**]
Topsi keskmise ristlõikepindala leidmine [**2 p.**] (kui on kasutatud ainult põhja või ülemise otsa pindala, siis [**1 p.**])

Vee ruumala arvutamine [**1 p.**]
Soojuskadude võimsuse valemi tuletamine [**2 p.**]
Soojuskadude võimsuse füüsikaliselt mõistliku graafiku joonistamine (s.h. ühikutega teljed, mõistlik ruumikasutus): graafikul 5 punkti [**3 p.**], 4 punkti [**2 p.**], 3 punkti [**1 p.**]