Eesti koolinoorte 61. füüsikaolümpiaad

1. märts 2014. a. Piirkondlik voor.
Gümnaasiumi *ülesannete lahendused*

Eessõna

Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindega. Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem, juhindudes võimalusel juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga) kuni 50% (sisuline viga).

1. (*LENDAV PUDEL*) (*4 p.*) Mõlemat juhtu, millal pudel liigub üles ning pidel liigub alla võib vaadelda kui vabalangemist [**2 p.**]. Kuna pudelile ja veele mõjuvad jõud on vabalangemise korral samasugused, siis vesi ei voola pudelist välja kummalgi juhul [**2 p.**]. Seega vee väjavoolu kiirus on 0 m/s.

2. (*POTSATAJA JA PÄHKLID*) (*6 p.*) Lahenduse lihtsustamiseks läheme üle rongiga seotud taustsüsteemi.[**1 p.**] Sellisel juhul võib rongi liikumise jätta arvestamata ning vaadelda pähklite loopimist seisvalt rongilt. Pähklite liikumisel vaatleme kahte komponenti: vertikaalne kukkumine kiirendusega g[**1 p.**] ning ühtlane horisontaalne liikumine kiirusega u[**1 p.**]. Pähklid jõuavad maapinnani ajaga $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. [**1 p.**] Sama ajaga liigub kumbki pähkel horisontaalselt vahemaa $s = u\sqrt{\frac{2h}{g}}$ võrra.[**1 p.**] Pealtvaates on pähklite trajektoorid täisnurkse võrdhaarse kolmnurga kaatetiteks. Pähklite omavaheline kaugus l maandumishetkel on võrdne kolmnurga hüpotenuusi pikkusega, mille leiame Pythagorase teoreemist:

$$l = \sqrt{2s^2} = 2u\sqrt{\frac{h}{g}}. \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

3. (*MAA PÖÖRLEMISPERIOOD*) (*6 p.*) Päikese näivat liikumist taevas põhjustavad nii Maa pöörlemine kui ka tiirlemine [**2 p.**]. Maa tiirlemise tõttu erineb Maa täispöörete arv aastas ühe võrra keskmiste päikeseööpäevade arvust [**2 p.**]. Kuna Maa tiirlemise suund ühtib Maa pöörlemise suunaga, siis teeb Maa ühe aasta jooksul ühe täispöörde rohkem [**1 p.**]. Seega on Maa pöörlemisperioodiks $P = \frac{365{,}256}{366{,}256} \cdot 86\,400\,\mathrm{s} = 86\,164\,\mathrm{s}$ ehk $P = 23\,\mathrm{h}\ 56\,\mathrm{min}\ 4\,\mathrm{s}$ [**1 p.**].

Teine lahendus Päike teeb täistiiru taevas sagedusega $f_k = \frac{1}{86\,400\,\mathrm{s}}$ [**1 p.**]. Maa tiirlemise sagedus on $f_t = \frac{1}{365{,}256 \cdot 86400\mathrm{s}}$ [**1 p.**]. Kuna Maa pöörlemis- ja tiirlemissuunad ühtivad, siis kehtib võrrand $f_k = f_p - f_t$ [**3 p.**], kus f_p on Maa pöörlemise sagedus. Siit saame avaldada Maa pöörlemisperioodi $P = \frac{1}{f_p} = \frac{1}{f_k + f_t} = 86\,164\,\mathrm{s}$ ehk $P = 23\,\mathrm{h}\ 56\,\mathrm{min}\ 4\,\mathrm{s}$ [**1 p.**].

Märkused Nimetuse keskmine päikeseööpäev tingib asjaolu, et Maa elliptilise orbiidi tõttu on Päikese näiv nurkkiirus taevas veidi muutlik.

Maa tiirlemisperioodi nimetatakse ka sideeriliseks aastaks.

Enamasti mõistetakse aastana troopilist, mitte sideerilist aastat, mis on defineeritud pööripäevade kordumise põhjal. Troopilise ning sideerilise aasta erinemise põhjustab Maa telje pretsessioon. Igapäevaelus ei ole olulised mitte Maa pöörlemine ning tiirlemine vaid hoopis Päikese ööpäevane liikumine taevas ning aastaaegade kordumine, mistõttu laialdaselt kasutatavad ööpäeva ning aasta mõisted erinevadki Maa pöörlemis- ning tiirlemisperioodidest.

4. (*MOBIILI LAADIJA*) (*8 p.*) Leiame ühel sammul saadava energia, arvestades, et kannale toetub jõud $F = mg$ [**1 p.**]. Vajudes kõrguse h võrra, tehakse tööd $A_1 = mgh$ [**1 p.**], millest aku laadimiseks saadav elektrienergia on $W_1 = \eta A_1$ [**1 p.**]. Aku täislaadimiseks vajaliku energia leiame keskmise võimsuse $P = UI_k$ [**1 p.**] ja aja T korrutisena $W = UI_kT$ [**1 p.**], mille kogumiseks vajalik sammude arv on

$$N = \frac{W}{W_1} = \frac{3.7 \cdot 0.13 \cdot 10 \cdot 3600}{0.2 \cdot 60 \cdot 9.8 \cdot 0.005} \approx 29400 \quad [\mathbf{2\ p.}].$$

Laadimiseks vajaliku jalutuskäigu pikkuseks saame

$$s = Nd = 44\,\mathrm{km} \quad [\mathbf{1\ p.}].$$

5. (*LANGEVARJUHÜPE*) (*8 p.*) Kui Juku kiirus oli konstantne (v), tasakaalustusid temale mõjuv raskusjõud ja õhu hõõrdejõud: $(m+m_v)g = kv^2$, kus k on mingi koefitsent. Ka Juhanile mõjuvad jõud olid konstantse kiirusega u langedes tasakaalus, $(M+m_v)g = ku^2$. Neist kahest võrrandist saame seose

$$\frac{m+m_v}{M+m_v} = \frac{v^2}{u^2}.$$

Teisalt $v = h/t$ ja $u = h/T$, seega $v/u = T/t$. Siit

$$\frac{T^2}{t^2} = \frac{m+m_v}{M+m_v}$$

$$T = t \cdot \sqrt{\frac{m+m_v}{M+m_v}} = 92\,\mathrm{s}$$

Hindamisjuhend:
Konstantse kiiruse puhul on raskusjõud ja hõõrdejõud tasakaalus [**1 p.**].
Jõudude tasakaalu võrrand Juku [**1 p.**] ja Juhani [**1 p.**] jaoks.
Seos $v/u = T/t$ [**2 p.**].
Võrrandisüsteemi lahendamine [**2 p.**].
Arvuline vastus [**1 p.**].

6. (*RÕNGAS*) (*8 p.*) Et süsteem oleks tasakaalus, peab mutter asuma täpselt nööri kinnituspunkti all. Teiseks, maksimaalse mutri kõrguse korral on rõnga kaldenurk mutri asukohas α, kus $\tan\alpha = \mu$ - siis on mutter täpselt libisemise piiril. Sel juhul on ka mutrini tõmmatud raadiuse ja vertikaali vahel nurk α. Tekkinud kolmnurgast näeme, et $h = L + 2R\cos\alpha = L + \frac{2R}{\sqrt{1+\mu^2}}$.

Hindamisjuhend:
Tasakaaluolekus asub mutter nööri kinnituspunkti all [**2 p.**].
Mutter on libisemise piiril, kui rõnga kaldenurk mutri asukohas rahuldab seost $\tan\alpha = \mu$ [**3 p.**].
Minimaalne $h = L + 2R\cos\alpha$ [**2 p.**].
Vastus μ kaudu ilma α-ta [**1 p.**].

7. (*KLOTSID*) (*10 p.*) Ülemine klots ei libise, kui kiirendusest põhjustatud jõud ei ületa seisuhõõrdejõudu [**1 p.**]. Ülemise klotsi jaoks saab avaldada maksimaalse kiirenduse, mille korral klots veel ei libise, Newtoni teisest võrrndist $a_2 = \mu_2 g$ [**2 p.**]. Kui ülemine klots ei libise, siis võib kahte klotsi käsitleda ühe kehana [**1 p.**]. Newtoni teine võrrand klotsisüsteemi kohta on $(m_1 + m_2)a_{12} = -\mu_1(m_1 + m_2)g + F$ [**4 p.**]. Piirjuhul on kiirendused a_{12} ja a_2 võrdsed. Asendades eelnevalt leitud kiirenduse a_2 võrrandisse liikmena a_{12}, saame $F = (m_1 + m_2)(\mu_1 + \mu_2)g$ [**2 p.**].

Ülesannet võib lahendada ka koostades Newtoni teise võrrandi alumise klotsi kohta, võttes arvesse mõlemad hõõrdejõud.

8. (*ELEKTRIAHELA ENERGIA*) (*12 p.*) Kuna tegemist on jadaühendusega, siis on ka voolutugevus läbi takisti ning pooli 300 mA. Poolis oli seega hetkel t_0 energia $E_L = \frac{LI^2}{2} = 0{,}45\,\mathrm{mJ}$. Summaarne pingelang takistil ning poolil peab olema võrdne kondensaatori pingega. Antud pooli pinge suuna korral saame kondensaatori pingeks $U_C = IR + U$. Kondensaatori energia on hetkel t_0 $E_C = \frac{CU_C^2}{2} = 0{,}64\,\mathrm{mJ}$, seega oli hetkel t_0 rohkem energiat kondensaatoril.

Hindamisjuhend
Ahela elemente läbiva voolutugevuse võrdsuse taipamise eest [**2 p.**].
Pooli energia leidmine [**3 p.**].
Takisti pingelangu leidmine [**1 p.**].
Kondensaatori pinge leidmine [**3 p.**].
Kondensaatori energia leidmine [**3 p.**].

9. (*KÜTTESÜSTEEM*) (*12 p.*) Et korterid on identsed ning nende sisetemperatuurid on samad, peavad ka soojuskaod läbi nende seinte olema võrdsed: $N_{k1} = N_{k2}$. Seega katlast tulev kuum vesi annab poole oma soojusest ära ülemises korteris ja poole alumises, mistõttu kahe korteri vahelises torus on vee temperatuur $t_{toru} = (t_1 + t_2)/2$. Et korterite temperatuur on ajas konstantne, on mõlemas korteris soojuskaod läbi seinte võrdsed radiaatori küttevõimsusega. Ülemises korteris on radiaatori küttevõimsus $N_{k1} = k[\frac{1}{2}(t_1 + t_{toru}) - t]$, kus k on mingi koefitsent ja $\frac{1}{2}(t_1 + t_{toru})$ on radiaatori keskmine temperatuur. Sarnaselt on alumises korteris radiaatorite küttevõimsus kokku $N_{k2} = 1{,}1k[\frac{1}{2}(t_{toru} + t_2) - t]$, kus kordaja 1,1 tuleb sellest, et radiaatori pindala on 1,1 korda suurem.

Kokku

$$k[\frac{1}{2}(t_1 + t_{toru}) - t] = 1{,}1k[\frac{1}{2}(t_{toru} + t_2) - t]$$

$$t = 5(\frac{11}{10}t_2 - t_1 + \frac{1}{10}t_{toru}) = \frac{1}{4}(23t_2 - 19t_1) = 22\,°\mathrm{C}$$

Hindamisjuhend:
Korteritel võrdsed soojuskaod [**1 p.**].
Vee temperatuur korterite vahel on katlasse sissetuleva ja väljamineva vee temperatuuride keskmine [**3 p.**].
Ülemise korteri radiaatori küttevõimsus [**2 p.**].
Alumise korteri radiaatori küttevõimsus [**2 p.**].
Kummagi korteri radiaatoritel võrdsed küttevõimsused (võrrand) [**1 p.**].
Võrrandi lahendamine [**2 p.**].
Numbriline vastus [**1 p.**].

10. (*KUUMAÕHUPALL*) (*12 p.*) Ideaalse gaasi seadusest avaldub õhu tihedus sõltuvalt temperatuurist kujul $\rho = \frac{p\mu}{RT}$. Raskusjõu ning üleslükkejõu tasakaalust saame

$$Mg = Vg(\rho_0 - \rho) = \frac{p\mu Vg}{R}(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}),$$

kus $M = M_0 + \frac{1}{2}M_k$ on õhupalli keskmine mass lennu vältel ning $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ on õhupalli ruumala. Kuna õhupalli pooridest imbub välja soe õhk temperatuuril T, kuid sisenev õhk on väliskeskonna temperatuuril T_0, tuleb sees olevat õhku pidevalt soendada võimsusega

$$P = \lambda C_p(T - T_0).$$

Selle võimsuse saavutamiseks tuleb põletada propaani kiirusega $\frac{P}{k}$ ning kütuse lõppemiseks kuluv aeg on

$$t = \frac{M_k k}{P} = \frac{M_k k}{\lambda C_p(T - T_0)} = \frac{M_k k(p\mu V - MRT_0)}{\lambda C_p MRT_0^2} =$$

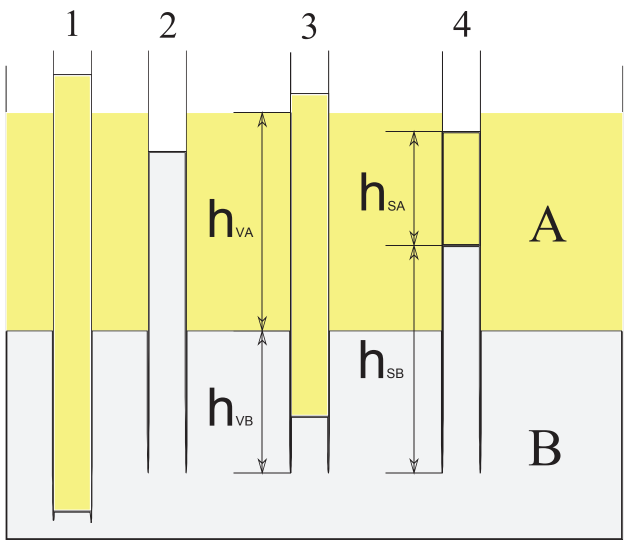
$= 15\,\text{tundi}.$

Hindamisjuhend:
Raskusjõu leidmisel keskmise massi $M = M_0 + \frac{1}{2}M_k$ kasutamine [**1 p.**].

Õhu tiheduse avaldamine sõltuvalt temperatuurist $\rho = \frac{p_0\mu}{RT}$ [**3 p.**].
Õhupalli sees oleva õhu temperatuur peab olema selline, et üleslükkejõud tasakaalustaks raskusjõu $Mg = Vg(\rho(T_0) - \rho(T))$ [**3 p.**].
Kera ruumala leidmine $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ [**1 p.**].
Aru saamine, et kütust kulub nii palju, et soendada õhupalli sisenenud õhk (mille kogus on võrdne õhupallist välja imbunud õhu kogusega) töötemperatuurile $P = \lambda C_p(T - T_0)$ [**3 p.**].
Eelneva korrektne kasutamine õige vastuse saamiseks [**1 p.**].

E1.(*VEDELIKU TIHEDUS*)(*10 p.*) Ülesanne taandub vedelikusammaste rõhkude tasakaalule.

Kõrre sisse peab tekitama teise vedelikusammaste kõrguste jaotuse kui kõrrest väljas (nagu lähtub jooniselt). Juhtude 1 ja 3 tekitamiseks peab ülumise vedeliku kõrre sisse imema, kõrre pealt sulgema ning uputama alumise otsa alumise (tihedama) vedeliku põhjani ning seejärel avama. Juhtude 2 ja 4 tekitamiseks peab kas tühja kõrre pealt sulgema ja uputama alumise otsa alumise (tihedama) vedelikuni ning seejärel avama või puhuma põhja ulatuva kõrre tühjaks ja lubama taastäituda. Katse selgitus olemas või katse läbi viidud ehk sambad tekitatud ja mõõdetud - [**2,5 p.**].



Märgitakse, et vajalik on eralduspinna selge eristumine ja/või oodatakse vedelike eralduspinna selginemist [**1 p.**].

Lähtudes rõhkude võrdsusest toru alumises otsas juhu 4 näitel:

$$p = h_{VA} \cdot \rho_A \cdot g + h_{VB} \cdot \rho_B \cdot g = h_{SA} \cdot \rho_A \cdot g + h_{SB} \cdot \rho_B \cdot g \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

$$(h_{VA} - h_{SA}) \cdot \rho_A = (h_{SB} - h_{VB}) \cdot \rho_B$$

$$\rho_A = \frac{h_{SB} - h_{VB}}{h_{VA} - h_{SA}} \cdot \rho_B \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Kõrre täiteks kasutatakse vaid ühte vedelikest (nagu juhtudel 1 ja 2 , kuna siis saab suurima vedelikusammaste kõrguste vahe) [**1 p.**].

Näidatakse, et täpseima tulemuse saab, kui kõrs täita vedelikuga mille kihi paksus anumas on väiksem (kuna siis saab suurima absoluutse vedelikusammaste kõrguste vahe) [**1 p.**].

Viiakse läbi vähemalt üks kontrollmõõtmine taastäidetud kõrrega [**1 p.**].

Vastus täpsusega piirides kuni ±3% [**2 p.**]. Tapsusega ±6% (1 punkt)

Ülejäänud katsevariandid:

Variant kus kõrs üritatakse täita kummagi vedelikuga ja tekitada U-toru kokku maksiumaalselt 5 punkti

Variandid kus üritatakse kasutada kõrre sulgemist ja õhurõhku (või õhu rõhu alandamist) kokku maksimaalselt 3 punkti

Seletuseks gümnaasiumile: viime läbi vedeliku A tiheduse mõõtemääramatuse hinnangu

$$\frac{\Delta\rho_A}{\rho_A} = \frac{\Delta h_{SB} + \Delta h_{VB}}{h_{SB} - h_{VB}} + \frac{\Delta h_{VA} + \Delta h_{SA}}{h_{VA} - h_{SA}}$$

Sellest järeldub, et vähima mõõtemääramatuse saame kui: meil on mõnes sambas puudu üks vedelikukiht; sammaste absoluutsed kõrguste erinevused on maksimaalsed võimalikest.

E2.(*SPAGETID*)(*12 p.*) Lahendamise esialgne idee: fikseerime spageti ühe otsa, nt hoiame sealt näpuga kinni, ja rakendame teise otsa järjest kasvavat jõudu seni kuni spageti murdub. Mõõtes jõu õla (kauguse jõu rakenduspnktist kuni murdumiskohani — mis on harilikult otse näpu juures, maksimaalsel kaugusel jõu rakenduspunktist) ning teades rakendatud jõu väärtust saame leida spageti äramurdunud otsale mõjunud jõumomendi murdumispunkti suhtes. Enne murdumist oli see välise jõu moment taskaalustatud spageti ristlõikes mõjunud pingejõudude momendiga: see ongi suurus, mida otsime. Tasakaalutingimuse tõttu pidi see otsitav suurus olema võrdne meie poolt rakendatud jõu momendiga.

Katse käigus selgub, et tüüpiline spageti on nii painduv, et täispikkuses kõrre puhul on murdumishetkel kõrre otste vaheline nurk liiga suur: jõu õlga on raske mõõta. Seepärast on mugavam mõõta lühema kõrrejupi murudmist, nt hoides kinni kõrre keskpunktist. Selgub, et see idee klapib hästi joonlaua kaaluga: kui pool joonlaua kaalust mg (kus m on joonlaua mass) rakendada kõrre otsale (selleks laseme peaaegu horisontaalsel joonlaual toetuda ühe otsaga vastu lauda ning toetame teist otsa spagetiga), siis kriitiliseks spageti õlapikkuseks (mille juures see murdub) ongi umbes pool spageti pikkusest. Kasutame alguses lühemat õlga nii, et spageti veel ei murdu ning suurendame õlga kuni murdumiseni; mõõdame murdunud spagetijupi pikkuse l (kui joonlaud ei toetunud rangelt spageti otspunktile, siis tuleb lahutada tulemist toetuspunkti kaugus otspunktist (eeldatavasti paar millimeetrit). Kui kõrre kõverus ei olnud murdumishetkel väga suur, siis ongi l jõuõlaks ning otsitav jõumoment $M = mgl/2$. Kui kõrre kõverus oli märkimisväärne, siis tuleks täpsema tulemuse huvides mõõta joonlaua abil kõrre kõõlu pikkus L murdumishetkel (sedasama murdunud kõrrejuppi uuesti painutades).

Teeme korduskatseid ning arvutame mõõtmistulemuste keskmise. Hea oleks kasutada erinevaid jõudusid: eelpoolkirjeldatud viisil rakendasime pool joonlaua kaalust, kuid kui tõsta joonlauda spagetiga joonlaua keskpunkti lähedalt, siis on võimalik saada ka joonlaua täiskaal mg (või ka nt $\frac{2}{3}mg$, kui spageti toetuspunkt on joonlaua otsast veerandi joonlaua pikkuse kaugusel).

Hindamisjuhend:
Idee arvutada jõumoment kui spageti otsale rakendatud jõu ning selle jõu õla (murdumispunkti suhtes) korrutis [**3 p.**]. Idee määrata jõu õlg

murudunud spagetiotsa abil [**1 p.**] ning reaalse mõõtmise teostamine [**1 p.**]. Valemi $M = mgl/2$ (või vastavalt olukorrale õige avaldise, nt $M = mgl$ või $M = \frac{2}{3}mgl$) rakendamine [**2 p.**] ja õiges suurusjärgus vastuse saamine [**1 p.**].

Kordusmõõtmiste tegemine: iga lisamõõtmine kuni viienda mõõtmistulemseni: a 0,5 punkti . Seega lisamõõtmiste eest täiendavalt - [**2 p.**].

Vastus, mis ei erine õigest rohkem kui 50%: 0,5 punkti ning kui see ei erine rohkem kui 30%, siis kokku - [**1 p.**].

Mainitakse, et spagetikõrre kõverus on nii väike, et spagetitüki pikkus on peaaegu võrdne jõu õlaga või kui on mõõdetud spagetitüki pikkuse asemel selle kõõlu pikkus painutatud olekus - [**1 p.**]