Eesti koolinoorte 62. füüsikaolümpiaad

28. veebruar 2015. a. Piirkondlik voor.
Gümnaasiumi *ülesannete lahendused*

Eessõna

Allpool on toodud iga ülesande üks õige lahenduskäik (mõnel juhul ka enam). Kõik alternatiivsed õiged lahenduskäigud tuleb hinnata samuti maksimumhindega. Iga alternatiivse lahenduskäigu jaoks tuleb kontrollijatel koostada hindamisskeem, juhindudes võimalusel juuresoleva hindamisskeemi punktijagamisproportsioonist. Soovituslikud maha-arvamise punktid: numbriline arvutusviga — 0,5; viga teisendustes — 0,5 p. (märgi jms väiksem viga) või 1 p. (viga, mis viib dimensioonide konfliktini), maha arvata ainult üks kord, st edasikanduvat viga mitte karistada; kui vastus tuleb füüsikaliselt absurdne, siis võib täiendavalt karistada 0,5 punktiga; üksik viga lähtevalemis: 0,5 p. (kui märgiviga) kuni 50% (sisuline viga).

1. (*KAUBARONG*) (*6 p.*) Leiame ajad, mille jooksul rong pidurdas ning kiirendas

$$t_p = \frac{v - v_h}{a_p}, \quad t_k = \frac{v - v_h}{a_k} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Rong läbis selle ajaga vahemaa

$$s_p = \frac{v^2 - v_h^2}{2a_p}, \quad s_k = \frac{v^2 - v_h^2}{2a_k} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Sõites ühtlaselt 72 km/h, oleks rong läbinud selle vahemaa ajaga

$$t_{py} = \frac{s_p}{v}, \quad t_{ky} = \frac{s_k}{v} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Seega aja kaotus pidurdamisel ning kiirendamisl on

$$\Delta t_p = t_p - t_{py}, \quad \Rightarrow \quad \Delta t_p = \frac{(v - v_h)^2}{2va_p} = 28{,}125\,\mathrm{s} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

$$\Delta t_k = t_k - t_{ky}, \quad \Rightarrow \quad \Delta t_k = \frac{(v - v_h)^2}{2va_k} = 56{,}25\,\mathrm{s} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

Kuna rong hilines aja Δt, siis saame leida aja Δt_h, mille rong kaotas ühtlaselt sõites

$$\Delta t_h = \Delta t - \Delta t_p - \Delta t_k = 215{,}625\,\mathrm{s}$$

Kui rong läbis aeglaselt (18 km/h) sõites vahemaa s_h, siis kulus tal selleks aega

$$t_h = \frac{s_h}{v_h}$$

sõites 72 km/h oleks ta selle vahemaa läbinud ajaga

$$t_{hy} = \frac{s_h}{v}$$

teades, et $\Delta t_h = t_{hy} - t_h$, saame avaldada teepikkuse s_h

$$s_h = \frac{vv_h\Delta t_h}{v - v_h} = 1437{,}5\,\mathrm{m} \approx 1{,}4\,\mathrm{km} \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

2. (*LAMBID*) (*8 p.*) Olgu pingeallika pinge U. Paralleelühenduse korral langeb kummalegi lambile samuti pinge U [**1 p.**]. Olgu lampide takistused R_1 ja R_2, neil eralduvad võimsused on siis $P_1 = U^2/R_1$ ja $P_2 = U^2/R_2$ [**1 p.**]. Et ülesande tingimuste kohaselt on nende võimsuste suhe k, saame avaldada seose takistute vahel:

$$P_1 = kP_2, \quad \text{millest} \quad R_1 = R_2/k \quad \text{ehk} \quad R_2 = kR_1 \quad [\mathbf{1\ p.}]. \qquad (1)$$

Märkus: üldisdust kitsendamata võinuksime samaväärselt öelda ka: $P_1 = P_2/k$.

Ühendades need lambid nüüd jadamisi, on ahela kogutakistuseks $R_1 + R_2$ ning kummaski lambis võrdne voolutugevus $I = U/(R_1 + R_2)$ [**1 p.**]. Lampidel eralduvad võimsused on nüüd vastavalt $P_1' = I^2R_1$ ja $P_2' = I^2R_2$ [**1 p.**].

Koguvõimsuste suhe kahel juhul on seega

$$\gamma = \frac{P_1' + P_2'}{P_1 + P_2} = \frac{I^2(R_1 + R_2)}{U^2(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})} = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \quad [\mathbf{1\ p.}].$$

Et saada avaldises lahti tundmatutest takistustes, peame ühe neist asendame teise kaudu seose (1) abil, saades otsitavaks koguvõimsuste suhteks

$$\gamma = \frac{R_1^2 k}{R_1^2 (1+k)^2} = \frac{k}{(1+k)^2} \quad [\mathbf{1\ p.}].$$

Vastates lisaküsimusele, näeme et $\gamma < 1$ ehk jadaühenduses koguvõimsus väheneb [**1 p.**].

3. (*MÜNT JÄÄS*) (*8 p.*) Jäätükk koos mündiga hakkab uppuma siis, kui sellele mõjub raskusjõud on võrdne üleslükkejõuga [**1 p.**]. Tähistame uppumise hakkamise hetkel mündi ümber oleva jää massi m ning ruumala V. Sellisel juhul mõjub jäätükile enne uppuma hakkamist raskusjõus $F_r = (m_m + m)g$ ning üleslükkejõud

$$F_y = \rho_v g(V + V_m) = \rho_v g(\frac{m}{\rho_j} + \frac{m_m}{\rho_m}) \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Kuna raskusjüud ja üleslükke jõud on uppumise hakkamise hetkel võrdsed, saame avaldada mündi ümer olnud jää massi m

$$m = \frac{\rho_j m_m (\rho_m - \rho_v)}{\rho_m (\rho_v - \rho_j)} = 79{,}9\,\mathrm{g} \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Sulanud jää mass m_s on seega

$$m_s = m_j - m = m_j - \frac{\rho_j m_m (\rho_m - \rho_v)}{\rho_m (\rho_v - \rho_j)} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Jää sulamiseks vajaminev energia $Q = \lambda m_s$ saadakse vee jahtumisel eraldunud energiast $Q = c m_v \Delta T$ [**1 p.**]. Võrdsustades viimased avaldised ning avaldades ΔT, saame

$$\Delta T = \frac{\lambda m_s}{c m_v} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Asendades siia sulanud jää massi m_s, saame temperatuuri muutuseks

$$\Delta T \approx 9{,}8\,^\circ\mathrm{C} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

Kuna vee lõpptemperatuur pärast soojusvahetuse lakkamist on 0 °C, siis peab vee algtemperatuur olema 9,8 °C.

4. (*LÜLITI*) (*8 p.*) a) Vahetult pärast lüliti sulgemist on pinge ülemisel kondensaatoril 0. Seetõttu on pinge 0 tervel rööpahelal, mistõttu vool läheb läbi ainult ülemisest kondensaatorist - see on efektiivselt lühistatud [**4 p.**]. Seetõttu on voolutugevus läbi patarei

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

b) Pika aja möödudes on kondensaatorid täis laadunud ja neist voolu läbi ei lähe [**2 p.**]. Kogu vool läheb läbi alumise takisti:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} \quad [\mathbf{1\ p.}]$$

5. (*VEETORU*) (*10 p.*) Kui toru otsast voolab välja vesi kiirusega v, siis ajaühikus torust väljunud vee hulk $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho S v$ [**1 p.**]. Paneme kirja Newtoni II seaduse torust väljunud veehulga kohta:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = v\frac{\Delta m}{\Delta t} \quad [\mathbf{3\ p.}]$$

Kuna vesi saab ajaühikus sellise impulsi, peab järelikult Newtoni III seaduse tõttu mõjuma torule sama suur ja vastassuunaline jõud [**1 p.**]. Paneme kirja jõumomentide tasakaalu võrrandi toru kinnituskoha suhtes:

$$\frac{MgL\sin\alpha}{2} = FL \quad [\mathbf{3\ p.}]$$

Asendades $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ avaldise avaldame α:

$$\alpha = \arcsin(\frac{2\rho v^2 S}{Mg}) \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

6. (*PÕRGE*) (*10 p.*) Elastse põrke korral säilib kineetiline energia. Teisalt ei saa me aga rääkida impulsi jäävusest, sest põrke ajal mõjuvad ka kinnituspunktis suured jõud. Küll aga säilib süsteemi summaarne impulsimoment kinnituspunkti suhtes, sest põrke ajal kinnituspunktis mõjuvate jõudude õlad on siis nullid ning põrge toimub nii kiiresti, et raskusjõuga pole vaja arvestada.

Paneme esmalt kirja energia jäävuse seaduse. Algselt on kuulil kineetiline energia $E_k = m_1 v^2/2$ [**1 p.**]. Pärast põrget on vardal kineetiline energia $E_v = I\omega^2/2$ [**2 p.**], kus ω on lati pöörlemise nurkkiirus. Niisiis,

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2} \quad [\mathbf{1\ p.}].$$

Asume nüüd impulsimomendi seadust avaldama. Enne põrget on liikuva kuuli impulsimoment kinnituspunkti suhtes $L_k = m_1 v h$ [**2 p.**] ning vahetult pärast põrget on pöörleva varda impulsimoment $L_v = I\omega$ [**1 p.**]. Niisiis,

$$m_1 v h = I\omega \quad [\mathbf{1\ p.}].$$

Nüüd on jäänud veel lahendada neist kahest võrrandist koosnev süsteem ning avaldada otsitav kõrgus h. Võib lahendada asendusvõttega, aga võime ka näiteks võtta teise võrrandi mõlemad pooled ruutu ning jagada läbi esimese võrrandiga, saades

$$m_1 h^2 = I, \quad \text{millest} \quad h = \sqrt{\frac{I}{m_1}} = \sqrt{\frac{M}{3m_1}} L \quad [\mathbf{2\ p.}].$$

7. (*POLDILÕIKUR*) (*10 p.*) Jõu ülekandmine toimub kangi põhimõttel, kus jõumoment pöördtelje suhtes summaarselt on võrdne nulliga [**2 p.**]. Käepideme korral

$$600\,\mathrm{mm} \cdot 90\,\mathrm{N} - 100\,\mathrm{mm} \cdot F_k = 0 \quad \Rightarrow \quad F_k = 540\,\mathrm{N} \quad [\mathbf{3\ p.}]$$

kus F_k on käepidemetelt lõiketeradele mõjuv jõud. Analoogselt lõiketerade korral

$$160\,\mathrm{mm} \cdot F_k - 80\,\mathrm{mm} \cdot F_l = 0 \quad \Rightarrow \quad F_l = 2F_k \quad [\mathbf{3\ p.}]$$

kus F_l on lõikuri poolt poldile avaldatud jõud.
Nendest võrranditest saame leida lõiketeradele mõjuva jõu F_l

$$F_l = 1080\,\mathrm{N} \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

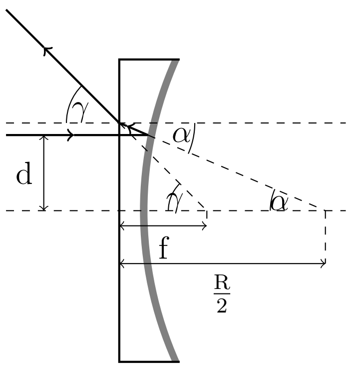
8. (*FOOKUSKAUGUS*) (*10 p.*) Langegu läätsele vasakult valguskiir, mille suund on paralleelne optilise teljega ning mille kaugus sellest on d (Idee [**1 p.**]). Läätse sisenedes valgus oma levimissuunda ei muuda, kuna langeb läätsele selle pinnaga risti [**1 p.**]. Hõbetatud pind toimib kumerpeeglina, mille fookuskaugus on $\frac{R}{2}$ [**2 p.**]. Kui peegeldunud valguskiire nurk optilise peatelje suhtes on α, siis läätsest väljunud kiire ning optilise peatelje vaheline nurk on murdumisseaduse põhjal $\sin\gamma = n\sin\alpha$ [**2 p.**]. Kuna lääts on õhuke, asetsevad punktid, kus valguskiir peegeldus ning kus see murdus, üksteisele väga lähedal. Seetõttu võime kirjutada

$$d = \frac{R}{2}\tan\alpha = f\tan\gamma \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

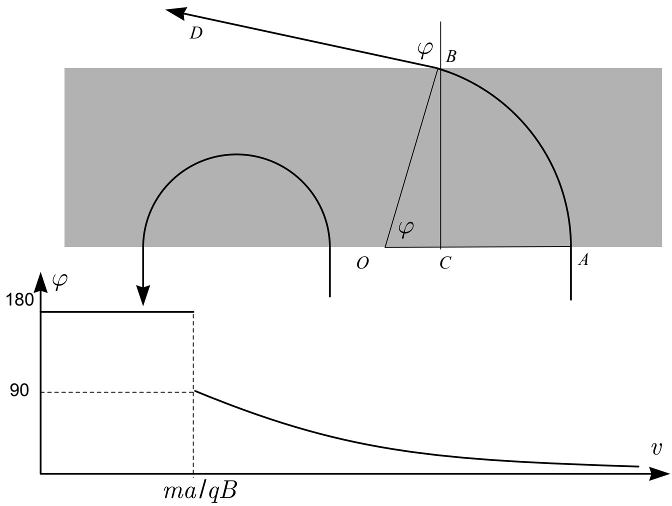
Õhukese läätse korral on selle nõgusa osa kõverusraadius oluliselt suurem fookuskaugusest, mis lubab kasutada väikeste nurkade lähendust ehk $\alpha \approx \sin\alpha \approx \tan\alpha$ ning $\gamma \approx \sin\gamma \approx \tan\gamma$. Tulemuseks saame

$$f = \frac{R}{2n} \quad [\mathbf{2\ p.}]$$

Tasub teada, et avaldis sfäärilise peegli fookuskauguse jaoks kehtibki ainult väikeste peegeldumisnurkade korral. Suurte peegeldumisnurkade korral ilmneb sfääriline aberratsioon ning ei ole võimalik rääkida ühest fookusest.



9. (*MAGNETVÄLI*) (*10 p.*)



Laeng sooritab magnetväljas ringliikumist [**0,5 p.**], vt joonis; ringi raadiuse leiame Newtoni II seadusest $Bqv = mv^2/R$ [**1 p.**], millest $R = \frac{mv}{qB}$ [**0,5 p.**] (Kui Newtoni II seadus pole välja kirjutatud, siis õige R avaldise eest anda ikkagi täispunktid, st 2 p.)
Enne ja pärast ringliikumist on trajektooriks sirge [**1 p.**], kusjuures üleminek ringjooneks on ilma murdepunktita, st sirgjooned on ringile puutujaks [**1 p.**]; neid asjaolusid ei ole vaja kirja panna sõnadega, piisab, kui joonis on õige. Väikeste kiiruste korral, kui $R < a$, st $v < \frac{Bqa}{m}$, siis läheb osake otse tagasi, st väljumisnurk $\varphi = \pi\mathrm{rad} = 180°$ [**1,5 p.**]; (kui väikeste kiiruste väljumisnurk on õige kuid puudub võrratus, siis 1 punkt; kui π asemel on antud 0 kuid muus osas on õige joonis, siis lahutada 0,5 p.)

Väljudes on kiirusvektor risti ringi raadiusega, st $\angle OBD = \frac{\pi}{2}$ [**0,5 p.**], mistõttu $\varphi = \angle COB$ [**1,5 p.**] (kui joonte ristumist pole eraldi välja toodud, siis ikkagi täispunktid (1,5p)).
Kui on saadud ekslik tulemus $\varphi = \angle CBO$ (nt kui väljumisnurgaks on võetud nurk x-telje ja kiirusvektori vahel), siis lahutada 0,5 p. Seega, $\varphi = \arcsin \frac{BC}{BO} = \arcsin \frac{a}{R} = \arcsin \frac{qBa}{mv}$ [**1,5 p.**]; kui avaldis on õige, kuid

R asendamata, siis ikkagi täispunktid; kui avaldis on vale või puudub, kuid joonis on õige ja kvalitatiivselt on graafikul õige sõltuvus, kus kõver algab $\varphi = \frac{\pi}{2}$ juurest ning läheneb v kasvades nullile, siis 1 p.
Vastavalt eelpooltoodule joonistatud graafik: sellel peab olema näha hüpe [**0,5 p.**] ning platoo ja monotoonne kahanemine enne ja pärast hüppepunkti [**0,5 p.**].

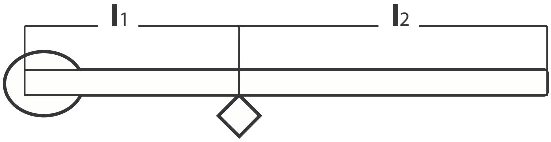
10. (*LAENGUGA PULK*) (*14 p.*) **A)** Seni kuni üks laeng on piirkonnas $x > 0$ ning teine — piirkonnas $x < 0$ on pulgale mõjuv summaarne jõud 0 [**1 p.**], see tähendab, et pulk liigub konstantse kiirusega [**1 p.**].
Alumisest asendist üles liikudes läbib pulk niisuguses režiimis (mil eri laengud viibivad eri piirkondades) vahemaa L [**0,5 p.**] ning sellele kuluv aeg on L/v [**1 p.**]; sama kaua kulub ka antud vahemaa ülevalt alla läbimiseks [**0,5 p.**], mis panustab kogu perioodi jaoks $t_1 = 2L/v$ [**0,5 p.**]. Täispunktid anda sõltumata sellest, kas t_1 on leitud poolperioodide kaupa (nagu siin) või veerand- või täisperioodi abil.
Kui mõlemad laengud on piirkonnas $x > 0$, siis mõjub pulgale summaarne konstantne jõud $2E_0q$ [**1 p.**] ning Newtoni II seaduse kohaselt liigub pulk konstantse kiirendusega $a = 2E_0q/m$ [**1 p.**]. Pulk siseneb antud piirkonda kiirusega v ning väljub kiirusega $-v$ [**1 p.**], mistõttu kiiruse muut on $2v$ [**0,5 p.**]; teisalt, kiiruse muut on kiirenduse ja aja korrutis, seega nimetatud piirkonnas viibimise aeg on $2v/a = mv/E_0q$ [**1 p.**]. Et sama protsess kordub ka piirkonnas $x < 0$, siis kogupanus võnkumisperioodi on $t_2 = 2mv/E_0q$ [**0,5 p.**] ning lõppvastust

$$T = \frac{2L}{v} + \frac{2mv}{E_0q} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

B) Kui pulk on nihkunud vahemaa x võrra, siis ühes piirkonnas viibiva pulgaosa pikkus on vähenenud x võrra ning teises piirkonnas kasvanud x võrra; eri piirkondades viibivatele samapikkustele pulgalõikudele mõjuvad jõud kompenseerivad üksteist [**0,5 p.**] ning kompenseerimata jääb lõikude pikkuste vahe $2x$ [**0,5 p.**], millele vastab laeng $q = 2xQ/L$ [**0,5 p.**] ning resultantjõud $F = 2xQE_0/L$ [**0,5 p.**]. Seega kirjeldab pulga liikumist võrrand $a = \ddot{x} = -2xQE_0/Lm$ [**0,5 p.**]; see on pendli võrrand, kus kiirendust ja nihet siduv võrdetegur annab ringsageduse ruudu, $\omega^2 = 2QE_0/Lm$ [**1 p.**]. Seega periood

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{Lm}{2QE_0}} \quad [\mathbf{0{,}5\ p.}]$$

E1.(*TIKUD*)(*12 p.*) Koostame kahest tikust kangkaalu. Asetame ühe tiku teise peale risti. Alumist tikku hoiame nii, et terav serv oleks ülespoole, mille peale toetub ülemine tikk (vt. joonist). Määrame ülemise tiku tasakaalupunkti ning märgime selle ära.



Lahenduses eeldame, et tikuväävli raskuskese asub tikuväävli keskpunktis ning see ühtib tiku puidust osa otspunktiga.
Mõõdame tiku osade pikkused kummalgi pool tasakaalupunkti. Seal pool, kus asub tikuväävel, mõõdame kuni tikuväävli keskpunktini. Tähistame selle osa pikkuse l_1 ning teise osa pikkuse l_2.
Mõõtmiseks märgime paberile tiku pikkuse ning tasakaalupunkti ning vaatame mitu tiku laiust kumbki osa pikk on. Asetame ühe tiku märgitud punkti ning tõstame teise tiku tihedalt tema kõrvale jne.

Tikuväävlile mõjub raskusjõud, mille rakenduspunkt asub toetuspunktist kaugusel l_1 ning tiku puidust osale raskusjõud, mille rakenduspunkt asub toetuspunktist kaugusel l_x (tiku puidust osa masskese). Tähistades tikuväävli mass m ning tiku puidust osa mass M, saame kirjutada kangi tasakaalu seose kujul

$$mgl_1 = Mgl_x, \quad \text{kus} \quad l_x = \frac{l_1 + l_2}{2} - l_1 = \frac{l_2 - l_1}{2}$$

Et leida, mitu protsenti moodustab tikuväävli mass tiku kogumassist, jagame tikuväävli massi m tiku kogumassiga $M + m$:

$$M + m = M + \frac{Ml_x}{l_1} = \frac{M(l_1 + l_x)}{l_1}$$

seega,

$$p = \frac{m}{m+M} = \frac{ml_1}{M(l_1+l_x)}$$

Asendades masside suhte m/M jõuõlgade suhtega l_x/l_1, saame

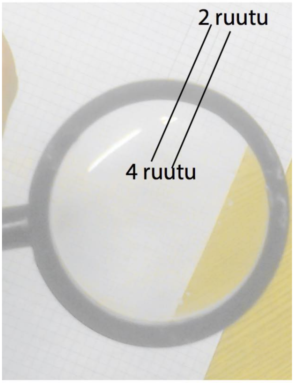
$$p = \frac{l_x}{l_1+l_x}$$

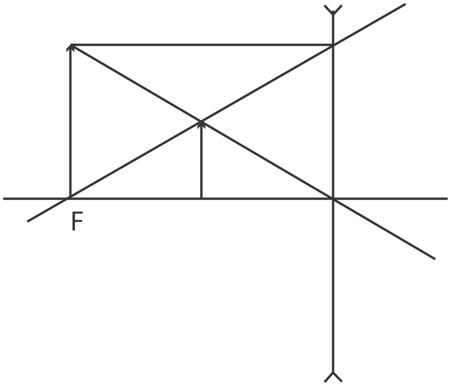
Asendades viimasest avaldisest l_x, saame

$$p = \frac{l_2-l_1}{l_2+l_1}$$

Tiku osade pikkused suhtuvad keskmise tiku korral $l_1 = 8$ tiku laiust ning $l_2 = 12$ tiku laiust.
Tulemus sõltuvalt tikust on $15\,\% - 25\,\%$.
Hindamisjuhend
Tikkudest kangkaalu ehitamise idee - [**2 p.**]
Oletus, et tikuväävli masskeskme asukoht ühtib tiku puidust osa otspunktiga - [**1 p.**]
Tasakaalupunkti otsitakse tiku terava serva peal (mitte tiku lapiku külje peal) - [**1 p.**]
Mõõtmisteks vajaliku katseskeemi joonistamine paberile - [**1 p.**]
Tiku osade pikkuste mõõtmine tiku laiuste abil - [**2 p.**]
Matemaatilised teisendused - [**3 p.**]. (kui õpilane avaldab kangi seadusest ainult m/M, siis saab teisenduste eest 1 p.)
Kordusmõõtmised (vähemalt 3 korda) - [**1 p.**]
Tulemus vahemikus $15\,\% - 25\,\%$ - [**1 p.**].
Märkus: Kui lahendaja kasutab mõõtejoonlauda, saab ülesande lahenduse eest maksimaalselt 9 punkti.

E2.(*LÄÄTS*)(*12 p.*) Vaatame ruudulist paberit läbi läätse ning võrdleme ruutude suurusi, mida näeme otse paberit vaadates ning läbi läätse vaadates (vt. joonis).





Kuna me peame leidma läätse fookuskauguse 20 % täpsusega, siis võime teha lihtsustuse, et kaugelt vaadates on kujutis objekti asukohas.
Kõige lihtsam on läätse fookuskaugust leida siis, kui nähtav kujutis on kaks korda väiksem kui ese. Sellisel juhul ühtib läätse fookuskaugus eseme kaugusega läätsest (vt joonis).
Läätse fookuskaugus on sellise meetodiga mõõtes 16 cm ± 1 cm.
Hindamisjuhend
Idee võrrelda eseme suurust kujutise suurusega - [**3 p.**]
Lihtsustus, et kujutis on objekti asukohas - [**3 p.**]
Fookuskauguse leidmine eseme ja kujutise suuruste suhte kaudu - [**4 p.**]
Kordusmõõtmised (3 mõõtmist) - [**2 p.**]